Более интересен пример

$$\int \sqrt{a^2 - x^2}\, dx.$$

Разность квадратов под корнем (из которых первый постоянен) подсказывает нам тригонометрическую подстановку $x = a \sin t$*. Имеем

$$\sqrt{a^2 - x^2} = a \cos t, \qquad dx = a \cos t\, dt$$

и

$$\int \sqrt{a^2 - x^2}\, dx = a^2 \int \cos^2 t\, dt.$$

Но мы уже знаем интеграл

$$a^2 \int \cos^2 t\, dt = a^2 \left[\frac{1}{2} t + \frac{1}{4} \sin 2t\right] + C$$

[267, (17) (а)]. Для перехода к x подставляем $t = \arcsin \frac{x}{a}$; преобразование второго слагаемого облегчается тем, что

$$\frac{a^2}{4} \sin 2t = \frac{1}{2} a \sin t \cdot a \cos t = \frac{1}{2} x \sqrt{a^2 - x^2}.$$

Окончательно

$$\int \sqrt{a^2 - x^2}\, dx = \frac{1}{2} x \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C.$$