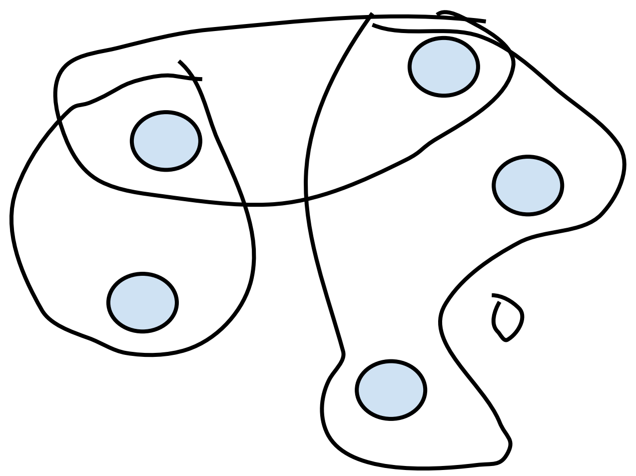
Задача 1.6. В школе в течение недели прошли олимпиады по математике, физике, химии, биологии и информатике. Докажите, что из любых 11 школьников можно найти таких двух, что все олимпиады, которые посетил первый из них, посетил и второй.



5 эл-тов
3^5 пар подмножеств содержащих друг друга
(иными словами 243 варианта как можно посетить олимпиады так, чтобы один набор включал другой)

всего пар C(5,2)=5!/2!3! = 5*4/2=10

эта не подходит, т. к. любая другая будет ее частью

пусть найдутся 11 школьников, из которых никакие 2-ое: из которых пойдет на те же олимпиады что и другой

ни один не пошел на все 5

5 человек пошли на 4 олимпиады, тогда меньше чем на 4 никто пойти не мог

1 пойдет на х и м б
1 пойдет на ф или на ф и (х и м б) или ф и (2 предмета) или ф и (3 предмета)
1 4 6 4

1 пойдет на х и м
ф б или ф б и (по 1 предмету) или ф б и (по 2 предмета)
1 3 3

задача 1.6.

х и м б ф

$$1+5+\frac{4\cdot 5}{2}+\frac{3\cdot 5\cdot 4}{3!}+\frac{5!}{4!}=\cancel{5}+\underline{10}+\cancel{10}+\cancel{5}+\cancel{1}$$

11 ⇒ Прот.

участие во всех олимпиадах

участие по одной олимпиаде

участие по две олимпиады

участие по три олимпиады

участие по четыре олимпиады

эта не подходит, т.к. школьников 11 и после исчерпания 5 вариантов по 1 единичке другие неизбежно будут их надмножествами

эта не подходит, т.к. школьников 11 и после исчерпания 5 вариантов по 4 единички другие неизбежно будут их частями

решим задачу для 2-х позиций
10
01
max=2

решим задачу для 3-х позиций
не может быть набора 111
если есть набор с 2-мя единицами, то 011, то во всех совместимых наборах на первой позиции 1, а для остальных позиций 2 варианта
10
01

max=3
011
101
110
или
001
010
100

решим задачу для 4-х позиций
не может быть набора 1111
если есть набор с 3-мя единицами, то 0111, то во всех совместимых наборах на первой позиции 1, а для остальных позиций 3 варианта
т.е. при наличии 3-х единиц больше 4-х вариантов быть не может, поэтому рассмотрим где не больше 2-х единиц
C(4,2)=4*3/2=6

сделать 11 наборов из 5 нулей и единиц, так что ни один из наборов не содержит другой в смысле подмножества

получается максимум 10 наборов (где только по 2-е единицы)
11000
10100
10010
10001
01100
01010
00110
00011
00101
01001
больше не может быть, т.к. C (5,2)=10
значит, если 11 школьников, то 2 точно либо совпадут, либо набор одного перекроет набор другого

если есть набор с 3-мя. то он исключает 2 набора с 2-мя.
Если мы хотим сочетать наборы с 3-мя и 2-мя, то больше 10 набрать не получится. Т.к. и тех и других не больше 10-и и первые исключают вторые

если есть набор с 4-мя единицами, то 01111, то во всех совместимых наборах на первой позиции 1, а для остальных позиций 6 вариантов