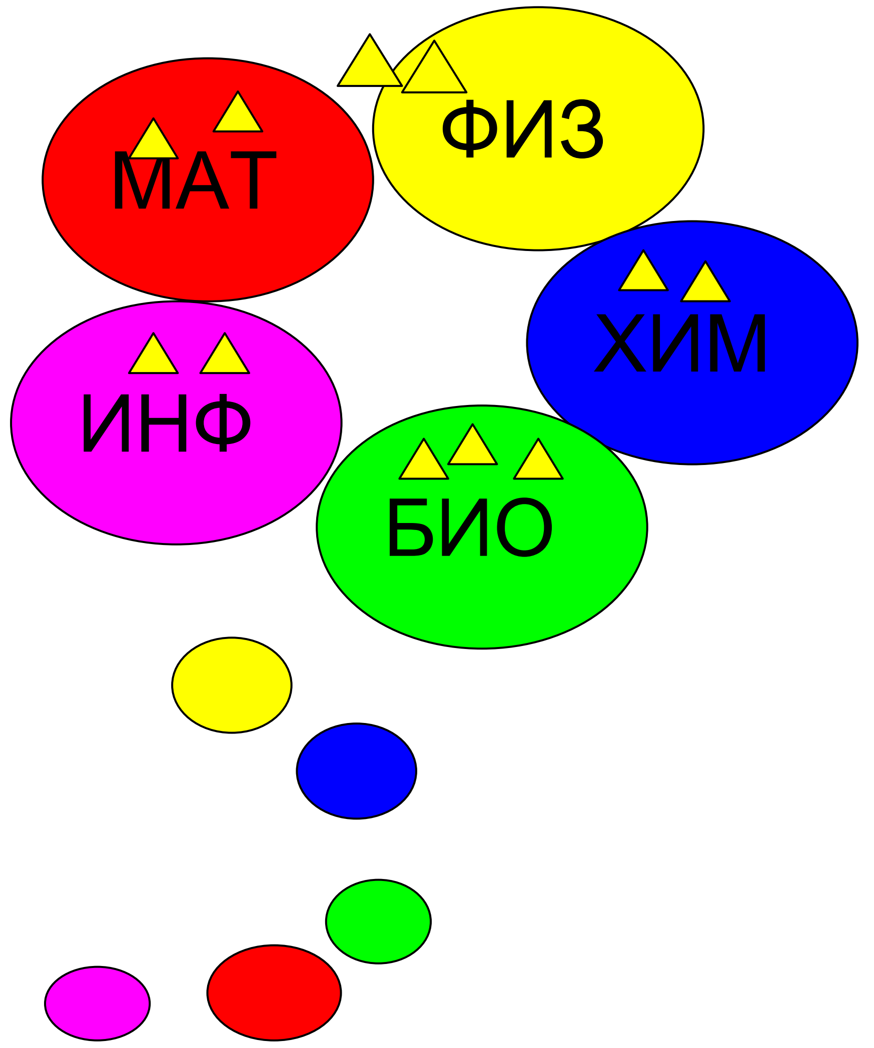
Задача 1.6. В школе в течение недели прошли олимпиады по математике, физике, химии, биологии и информатике. Докажите, что из любых 11 школьников можно найти таких двух, что все олимпиады, которые посетил первый из них, посетил и второй.



tip00

	М	Ф	Х	Б	И
1 ученик	1	1	0	0	1

11 наборов из 5-и нулей и единиц, при этом в каждом наборе хотя бы одна 1 (это значит что каждый из 11 школьников посетил хотя бы 1 олимпиаду)

гарантированно найдутся такие 2 набора, что один из них будет включать в себя 2-ой набор как подмножество

пример

1 ученик	1	1	0	0	1
2 ученик	1	1	0	0	0

набор 2 ученика является подмножеством набора 1-ого ученика

tip01

докажем облегченную версию задачи:

пусть известно, что каждый из 11-и учеников посетил ровно 2 какие-нибудь олимпиды

тогда доказать, что найдутся 2 ученика, наборы олимпиад которых полностью совпадают

00011
00101
00110
01001
01010
01100
10001
10010
10100
11000
(10 штук)

tip02

от противного: пусть можно выписать 11 наборов, попарно не содержащих друг друга

может ли среди этих 11-и быть набор **11111 или 00000**?

1)набор из 00000 если он есть, он будет подмножеством любого другого набора - а значит если он есть - то нам не удастся построить с ним 11 наборов, где никто не содержить друг друга в качестве подмножества

2)набор из 11111 если он есть, он будет содержать любой другой набор в качестве своего подмножества - а значит если он есть - то нам не удастся построить с ним 11 наборов, где никто не содержить друг друга в качестве подмножества

00011	00011
00101	00101
00110	00110
01001	01001
01010	01010
01100	01100
10001	10001
10010	10010
10100	10100
11000	11000
00000	11111

tip03 сколько всего наборов длины 5 из 0 и 1

2^5=32

Остается не больше 30 наборов, из которых попытаться собрать невозможную конструкцию из 11 попарно не подмножеств

ШКОЛЬНЫЕ ОЛИМПИАДЫ

tip04

3)может ли среди этих 11-и быть набор 11110?

если этот набор есть, значит не может быть таких наборов, у которых в конце 0, а в начале что-то отличное от 4-х единиц

пример

11100 будет подмножеством 11110

????0 - 16 наборов мы выбрасываем из рассмотрения, т.к. у них 0 в конце

из 30-и выкидываем 16 наборов ????0 и сам 11110 останется всего 13 наборов для конструрования набора из 11-и и они имеют вид ????1

надо построить 10 наборов из 4-х 0 и 1, среди которых нет подмножества

возвращаемся из подзадачи

еще 4 выкинем из 13-и: 1000, 0100,0010,0001 и останутся 9-ть - УЖЕ НЕДОСТАТОЧНО

подзадача - построить 10 наборов из 4-х 0 и 1, где никто не содержит друг друга

пусть есть набор длины 4, содержащий одну единицу 0001, тогда у других наборов на позиции этой единицы должны быть 0-и, но тогда у других наборов на оставшихся позициях будет 8 разнообразия, а вместе с 0001 всего 9 - а надо 10

???0 - 8 штук

tip05 осталось 20 кандидатов на то, чтобы построить набор из 11, где никто не содержит друг друга (выкинули

00000
11111
01111
10111
11011
11101
11110
00001
00010
00100
01000
10000

20 бойцов

00011
00101
00110
01001
01010
01100
10001
10010
10100
11000

11100
11010
11001
10110
10101
10011
01110
01101
01011
00111

9) один набор из 3-к исключает использование 3-х наборов из 2-к

11100

11000
10100
01100

1случай

1 набор из 3-к и 10 наборов из 2-к

2случай

2 набора из 3-к и 9 наборов из 2-к

3случай

3 набор из 3-к и 8 наборов из 2-к

4случай

4 набора из 3-к