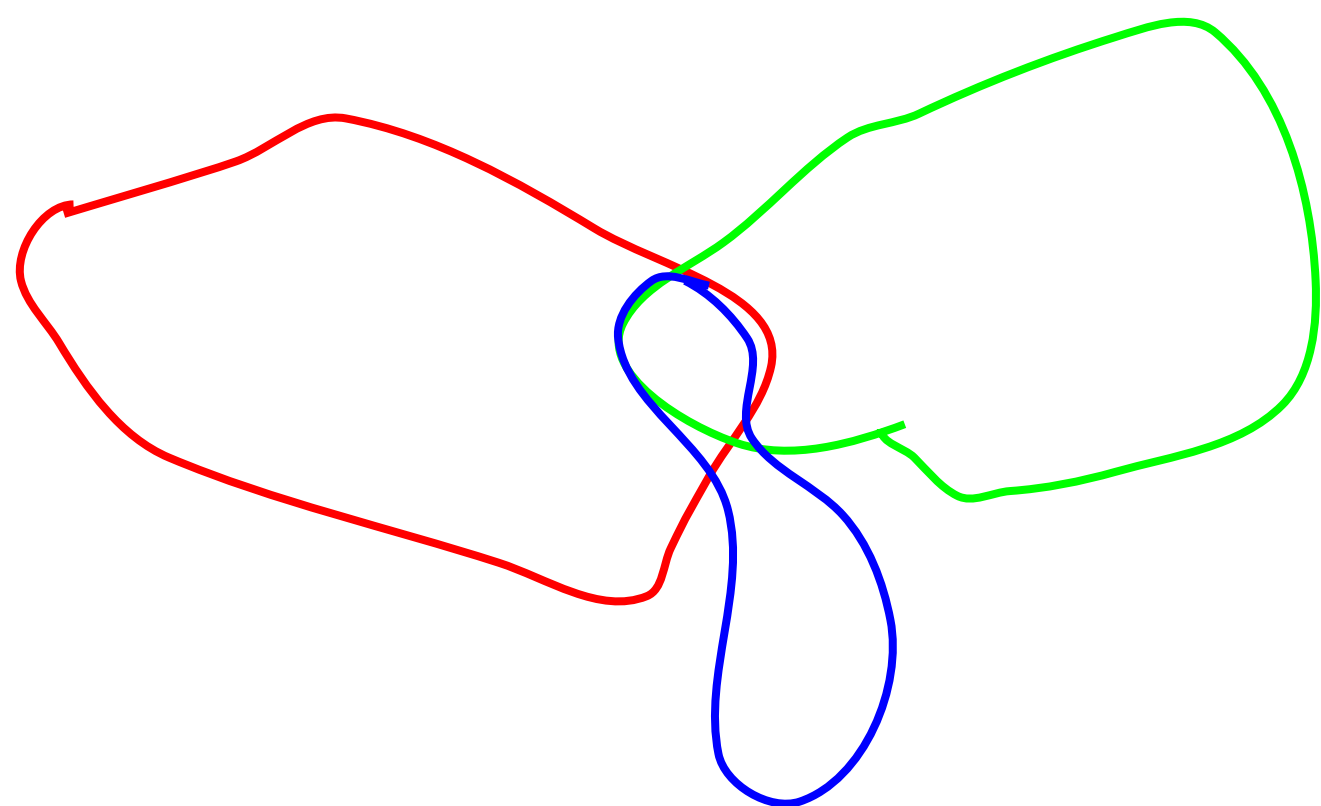


дано 2010 множеств, каждое множество содержит 45 элементов, при этом объединение любых двух множеств состоит ровно из 89 элементов. Сколько элементов содержит объединение всех этих множеств?



пусть все элементы принадлежат не больше чем 44 множествам, получается в крайнем случае  $45 \text{ элементов} \cdot 44 \text{ множества} + 1 \text{ исходное множество} = 1981 \text{ множество}$  т.е. множеств не может быть больше 1981-и. Противоречие, Значит найдется элемент  $A$ , который принадлежит по крайней мере 45 множествам.

По условию каждые два множества пересекаются по одному элементу. Докажем, что все множества пересекаются по одному элементу. Предположим противное. Возьмём множество  $M_1$ . В нём найдётся элемент  $A$ , который принадлежит по крайней мере ещё 45 множествам —  $M_2, M_3, \dots, M_{46}$  (в противном случае общее число множеств не превосходило бы  $44 \cdot 45 + 1 = 1981$ ). По предположению, имеется множество, не содержащее элемента  $A$ . Оно пересекается по одному элементу с множествами  $M_1, M_2, \dots, M_{46}$  и поэтому содержит 46, а не 45 элементов. Все эти 46 различны, потому что все эти 46 множеств пересекаются по одному элементу. Противоречие.