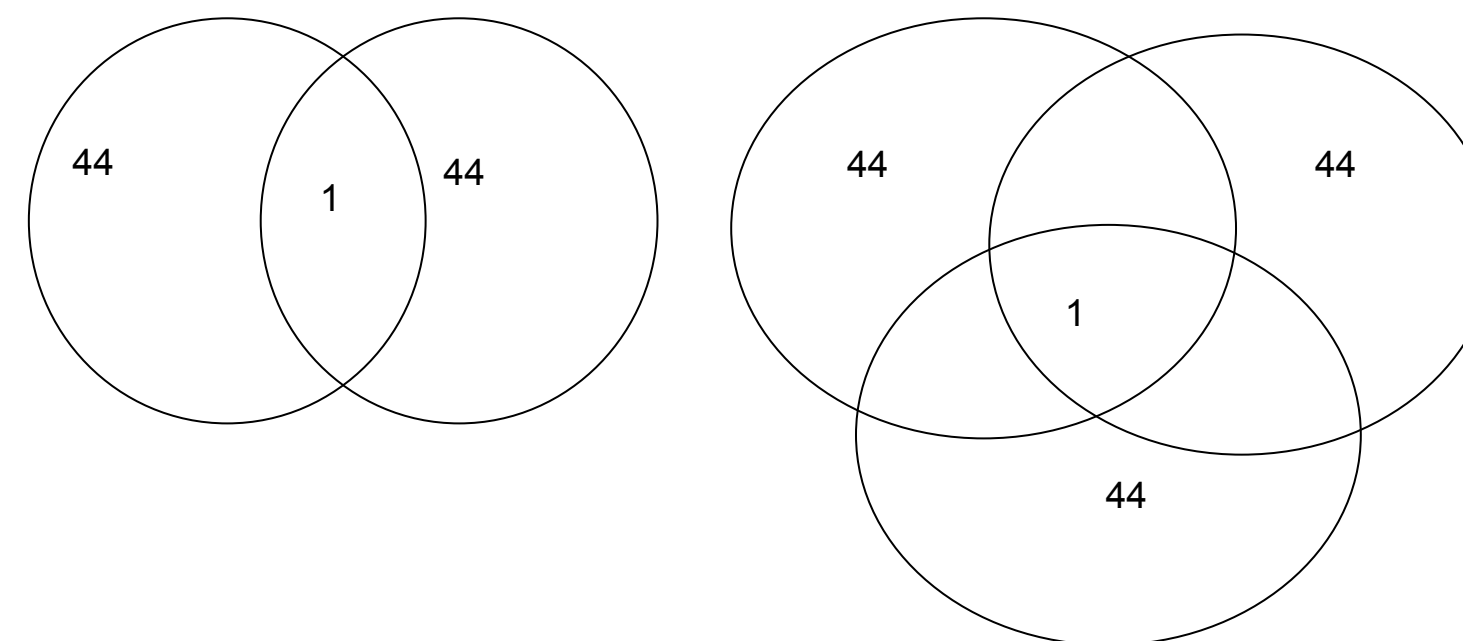


дано 2010 множеств, каждое множество содержит 45 элементов, при этом объединение любых двух множеств состоит ровно из 89 элементов. Сколько элементов содержит объединение всех этих множеств?



у всех множеств есть только один элемент во всеобщем пересечении- гипотеза

$$2010 * 44 + 1 = 88441$$



Так как любые 2 множества имеют общий элемент, то у каждого множества будет хотя бы 1 общий элемент со всеми

По условию каждые 2 множества пересекаются по одному элементу. Пусть у всех нет общего элемента. Возьмем множество M1.

В нем найдется элемент A, который принадлежит по крайней мере еще 45 множествам M2, M2, ... M46.

пусть не найдется такой элемент, тогда все элементы множества M1 лежат не более чем в 44 других множествах A элементов там 45.

Всего множеств будет не больше чем $44 * 45 + 1 = 1981$ (1 - это само множество M1)

($44 * 45$ - максимальный охват других множеств, которые хоть как-то могут пересекаться с M1: в M1 всего 45 элементов, и каждый из них не более чем с 44 пересекается)

Значит во множестве M1 есть такой элемент A, который пересекается не меньше, чем с 45-ью другими.

По изначальному предположению у всех нет общего элемента, значит A не общий. Значит есть множество M47, которое не содержит A.

Но по условию это множество M47 должно иметь по одному общему элементу с каждым другим, в том числе с M1, M2, ... M46. И этот элемент точно не A.

Так у первых 46-и множеств только общий элемент A, то M47 с каждым из 46-и пересекается по разным элементам, с каждым из 46-и по своему особому элементу. Но тогда в самом M47 будет 46 различных, по которым оно пересекается с 46 множествами - не быть больше 45 элементов в множестве по условие = противоречие

