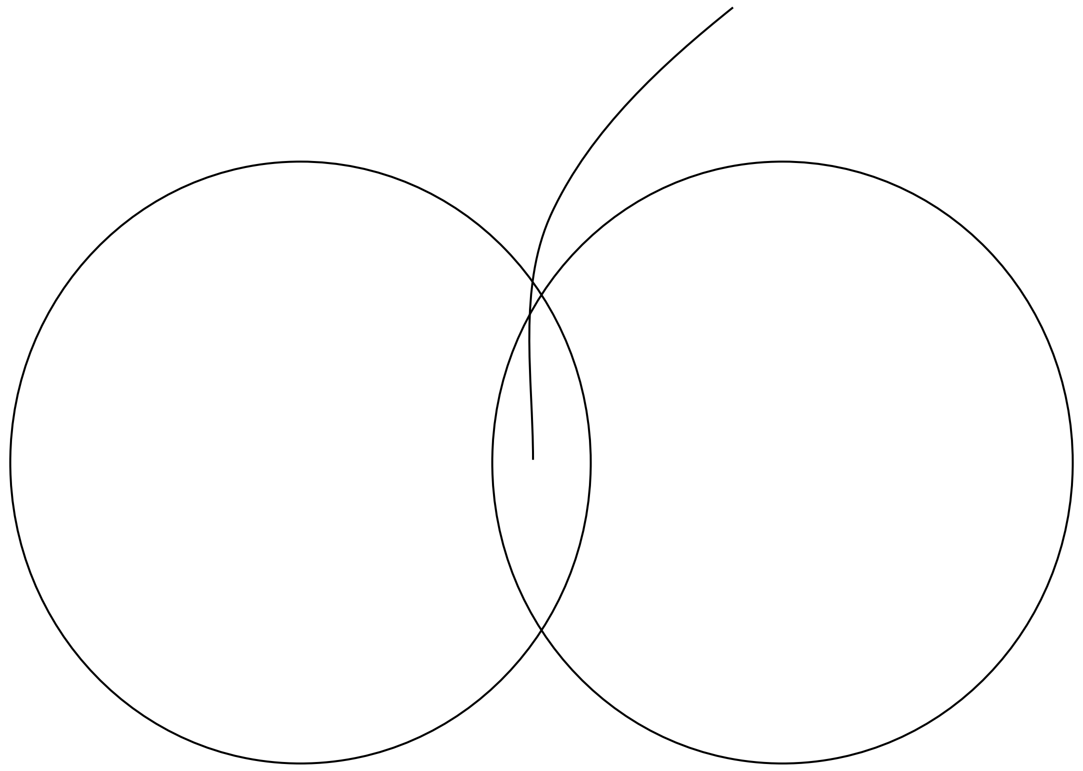
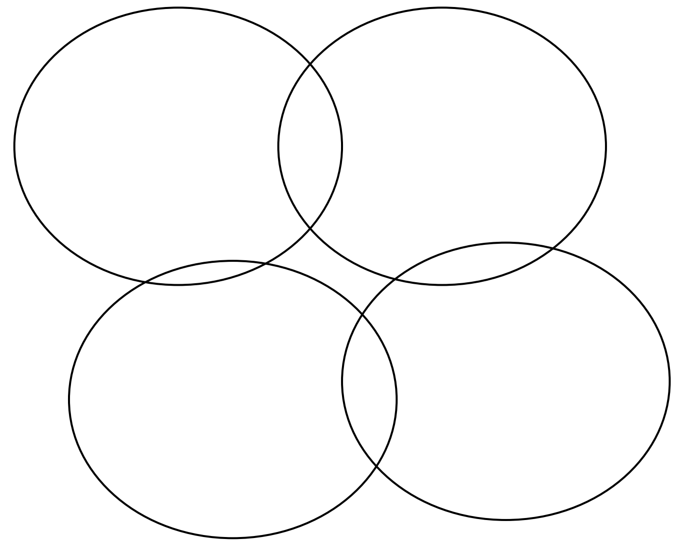
дано 2010 множеств, каждое множество содержит 45 элементов, при этом объединение любых двух множеств состоит ровно из 89 элементов. Сколько элементов содержит объединение всех этих множеств?

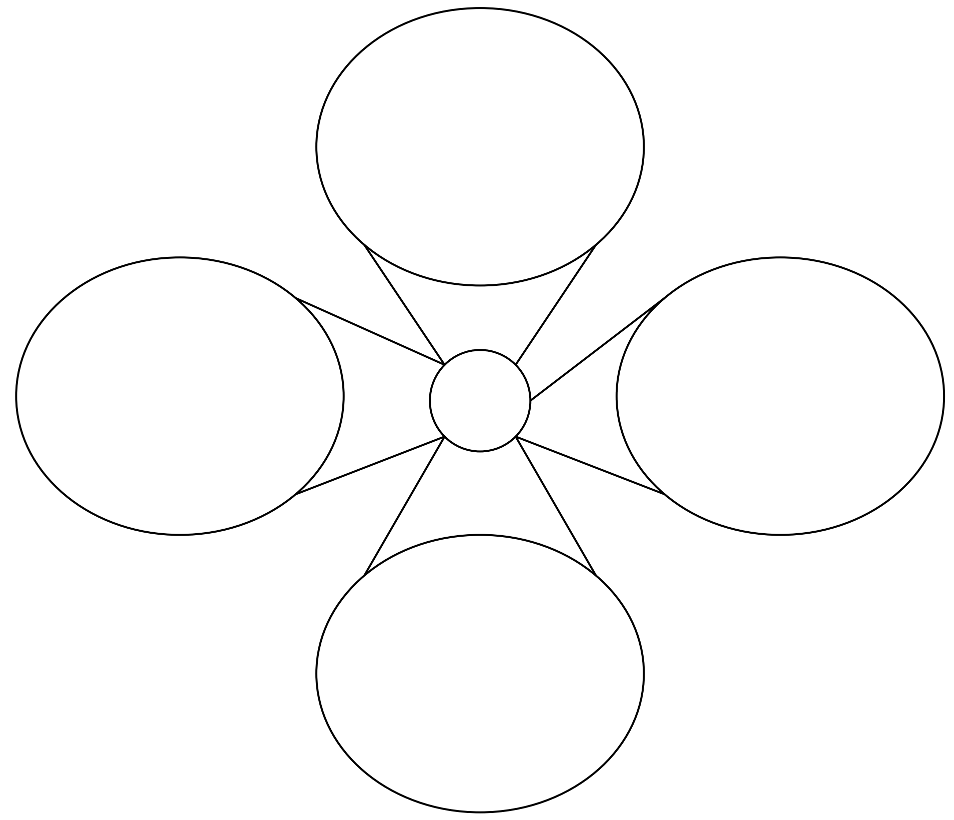
ровно 1 элемент



гипотеза
все множества пересекаются ровно по одному элементу

2010*45-1=90449





Пусть гипотеза неверна, тогда в пересечении всех множеств не 1 элемент(или 0, или >1)
1 вариант:
больше чем 1 в общем пересечении.
такого быть не может, т.к. если в общем пересечении даже 2 элемента, то между какими-либо 2 множествами будет пересечение в 2 элемента, что противоречит условию задачи.
2 вариант:
0 элементов в общем пересечении.
рассмотрим 1 из 2010 множест, назовем его M1. Докажем, что в множестве M1 найдется элемент A, который принадлежит как минимум 45 другим множествам.
Пусть это не так, тогда любой элемент множества M1 принадлежит не более, чем 44 другим множествам. Тогда всего множеств будет 44*45+1=1981 множеств. А по условию у нас 2010 множеств. Значит найдется хотя бы 1 элемент A множества M1, который принадлежит не менее 45 множествам(M2,M3,M4...M46).
Раз в общем пересечении 0, то найдется хотя бы 1 множество Mx, которому не принадлежит A. Но при этом множество Mx имеет по 1 общему элементу с каждым из списка множеств(M1,M2,M3,M4...M46), при этом среди этих элементов нет A, значит эти попарно общие элементы все разные(потому что одинаковый только A), а значит в множестве Mx 46 элементов, что противоречит условию, тем самым все доказано