

В заключение рассмотрим немного более сложный пример.

$$19) (a) \int \frac{\sin 2nx}{\sin x} dx \quad (n=1, 2, 3, \dots).$$

Так как

$$\sin 2nx = \sum_{k=1}^n [\sin 2kx - \sin (2k-2)x] = 2 \sin x \sum_{k=1}^n \cos (2k-1)x,$$

то подинтегральное выражение приводится к  $2 \sum_{k=1}^n \cos (2k-1)x$ , и искомый интеграл будет равен

$$2 \sum_{k=1}^n \frac{\sin (2k-1)x}{2k-1} + C.$$

Аналогично

$$(б) \int \frac{\sin (2n+1)x}{\sin x} dx = x + 2 \sum_{k=1}^n \frac{\sin 2kx}{2k} + C.$$