

При некотором навыке в производстве подстановки можно самой переменной  $t$  и не писать. Например, в интеграле

$$\int \sin^3 x \cos x dx = \int \sin^3 x d \sin x$$

мысленно рассматривают  $\sin x$  как новую переменную и сразу переходят к результату. Аналогично

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \int \frac{d \frac{x}{a}}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C,$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \int \frac{d \frac{x}{a}}{\left(\frac{x}{a}\right)^2 + 1} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C.$$

Подстановка  $t = \frac{x}{a}$  здесь подразумевается.

Читатель видит теперь, что правило III, 266, по существу, сводится к линейной подстановке  $t = ax + b$ :

$$\int f(ax + b) dx = \frac{1}{a} \int f(ax + b) d(ax + b) = \frac{1}{a} \int f(t) dt.$$