

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt[3]{x})}$$

Если положить $x = t^6$ (чтобы все корни «извлеклись»), то получим $\sqrt[3]{x} = t^2$, $\sqrt{x} = t^3$, $dx = 6t^5 dt$ и

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt[3]{x})} = 6 \int \frac{t^2 dt}{1+t^2} = 6 \left\{ \int dt - \int \frac{dt}{1+t^2} \right\} = 6(t - \operatorname{arctg} t) + C.$$

Теперь остается перейти к переменной x по формуле $t = \sqrt[6]{x}$, и окончательно

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt[3]{x})} = 6(\sqrt[6]{x} - \operatorname{arctg} \sqrt[6]{x}) + C.$$