

269. Примеры. 1) (а) $\int e^{x^2} x dx$, б) $\int \frac{x dx}{1+x^4}$, в) $\int \frac{x^2}{\cos^2 x^3} dx$.

(а) **Решение.** Полагая $t = x^2$, имеем $dt = 2x dx$, так что

$$\int e^{x^2} x dx = \frac{1}{2} \int e^t dt = \frac{1}{2} e^t + C = \frac{1}{2} e^{x^2} + C.$$

(б) **Указание.** Та же подстановка. *Ответ:* $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} x^2 + C$. В обоих случаях интегралы имели вид

$$\int g(x^2) x dx = \frac{1}{2} \int g(x^2) d(x^2),$$

где g — удобная для интегрирования функция; для таких интегралов естественна подстановка $t = x^2$. Аналогично интегралы вида

$$\int g(x^3) x^2 dx = \frac{1}{3} \int g(x^3) d(x^3)$$

берутся подстановкой $t = x^3$ и т. д. Под последний тип подходит третий интеграл.

(в) *Ответ:* $\frac{1}{3} \operatorname{tg} x^3 + C$.