

4) Интегралы вида

$$\int g(\sin x) \cos x dx, \quad \int g(\cos x) \sin x dx, \quad \int g(\operatorname{tg} x) \frac{dx}{\cos^2 x}$$

берутся, соответственно, подстановками

$$t = \sin x, \quad u = \cos x, \quad v = \operatorname{tg} x.$$

Например,

$$(a) \int \frac{\cos x dx}{1 + \sin^2 x} = \int \frac{dt}{1 + t^2} = \operatorname{arctg} t + C = \operatorname{arctg} \sin x + C;$$

$$(б) \int \operatorname{tg} x dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = - \int \frac{du}{u} = - \ln |u| + C = - \ln |\cos x| + C;$$

$$(в) \int \frac{dx}{A^2 \sin^2 x + B^2 \cos^2 x} = \int \frac{dx}{A^2 \operatorname{tg}^2 x + B^2} = \int \frac{dv}{A^2 v^2 + B^2} = \\ = \frac{1}{AB} \operatorname{arctg} \frac{Av}{B} + C = \frac{1}{AB} \operatorname{arctg} \left(\frac{A}{B} \operatorname{tg} x \right) + C$$