

$$9) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}.$$

Здесь удобнее применить гиперболическую подстановку. Остановившись для примера, на нижнем знаке, положим: $x = a \operatorname{ch} t$ (при x и $t > 0$), $dx = a \operatorname{sh} t dt$, $\sqrt{x^2 - a^2} = a \operatorname{sh} t$. Интеграл приведется просто к $\int dt = t + C$. Для перехода к x вспомним выражение обратной для гиперболического косинуса функции [49, 3)]

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \ln \left(\frac{x}{a} + \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1} \right) + C = \ln (x + \sqrt{x^2 - a^2}) + C',$$

причем в постоянную C' мы включаем и слагаемое $-\ln a$.