

$$10) \text{ (a) } \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}, \quad \text{(б) } \int \frac{dx}{(x^2 - a^2)^{3/2}}, \quad \int \frac{dx}{(a^2 - x^2)^{3/2}}.$$

В данном случае одинаково просто приводят к цели и тригонометрическая и гиперболическая подстановки. Для примера, во втором интеграле возьмем

$$x = a \sec t, \quad dx = \frac{a \sin t \, dt}{\cos^2 t} = \frac{a \operatorname{tg} t \, dt}{\cos t}, \quad \text{тогда } x^2 - a^2 = a^2 \operatorname{tg}^2 t \text{ и}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2 - a^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2} \int \frac{\cos t \, dt}{\sin^2 t} = -\frac{1}{a^2} \frac{1}{\sin t} + C = -\frac{1}{a^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}} + C.$$