12) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+\alpha}} \qquad (\alpha \gtrless 0).$

Положим $\sqrt{x^2+\alpha} = t - x$ и примем t за новую переменную. При возведении в квадрат, x^2 в обеих частях можно опустить, и в результате

$$x = \frac{t^2-\alpha}{2t},$$

так что

$$\sqrt{x^2+\alpha} = t - \frac{t^2-\alpha}{2t} = \frac{t^2+\alpha}{2t}, \qquad dx = \frac{t^2+\alpha}{2t^2}\,dt.$$

Окончательно

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+\alpha}} = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + C = \ln\left|x+\sqrt{x^2+\alpha}\right| + C.$$