

4) Если воспользоваться обобщенной формулой интегрирования по частям, то можно получить сразу общие выражения для интегралов этого вида.

Полагая $v^{(n+1)} = e^{ax}$, будем иметь

$$v^{(n)} = \frac{e^{ax}}{a}, \quad v^{(n-1)} = \frac{e^{ax}}{a^2}, \quad v^{(n-2)} = \frac{e^{ax}}{a^3} \text{ и т. д.}$$

Поэтому, считая $P(x)$ многочленом n -й степени, по формуле (5) получим

$$\int P(x)e^{ax} dx = e^{ax} \left[\frac{P}{a} - \frac{P'}{a^2} + \frac{P''}{a^3} - \dots \right] + C.$$

Аналогично, если взять $v^{(n+1)} = \sin bx$, то

$$v^{(n)} = -\frac{\cos bx}{b}, \quad v^{(n-1)} = -\frac{\sin bx}{b^2}, \quad v^{(n-2)} = \frac{\cos bx}{b^3} \text{ и т. д.}$$

Отсюда формула

$$\int P(x) \sin bx dx = \sin bx \cdot \left[\frac{P'}{b^2} - \frac{P'''}{b^4} + \dots \right] - \cos bx \cdot \left[\frac{P}{b} - \frac{P''}{b^3} + \dots \right] + C.$$

Подобным же образом устанавливается и формула

$$\int P(x) \cos bx dx = \sin bx \cdot \left[\frac{P}{b} - \frac{P''}{b^3} + \dots \right] + \cos bx \cdot \left[\frac{P'}{b^2} - \frac{P'''}{b^4} + \dots \right] + C.$$