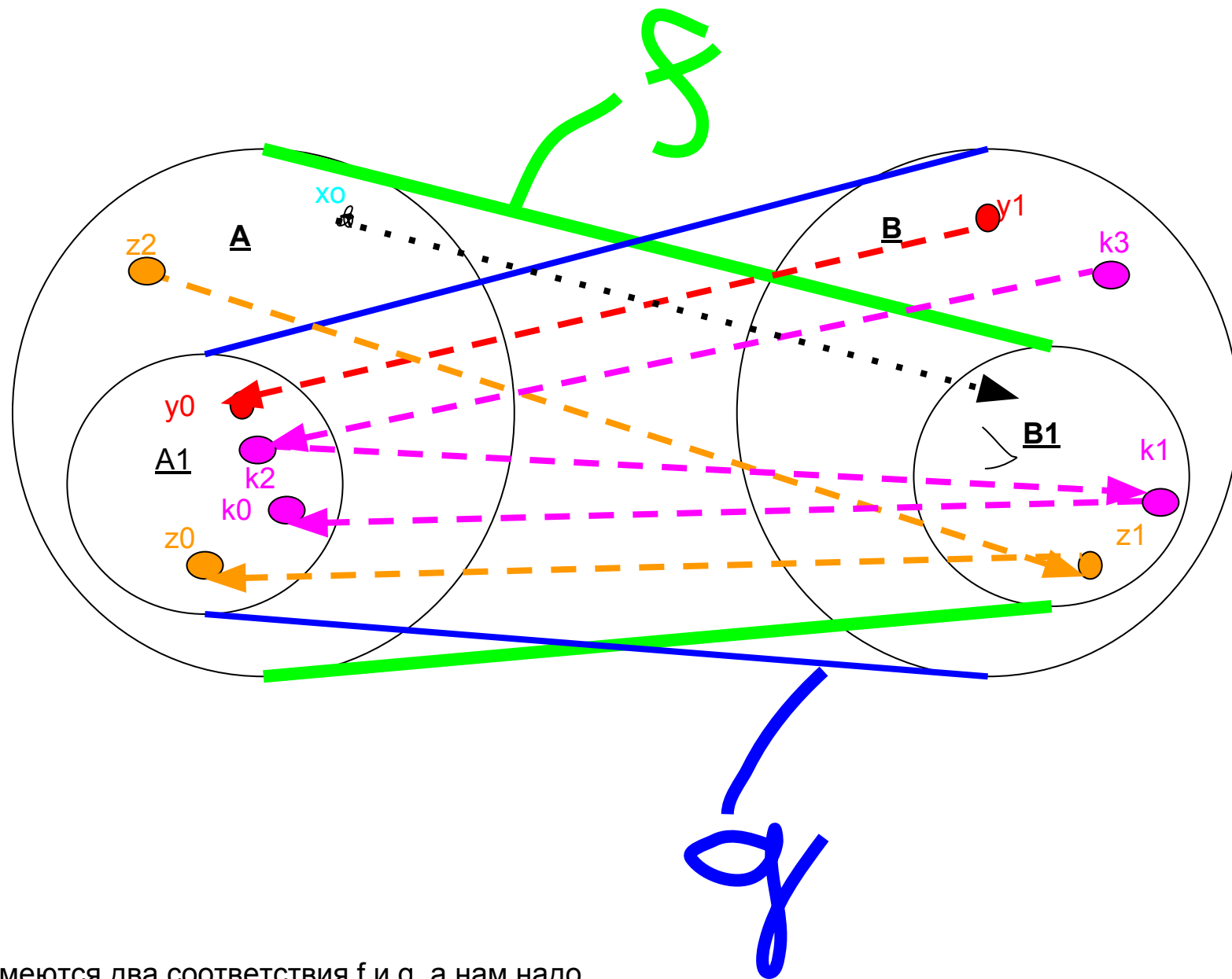
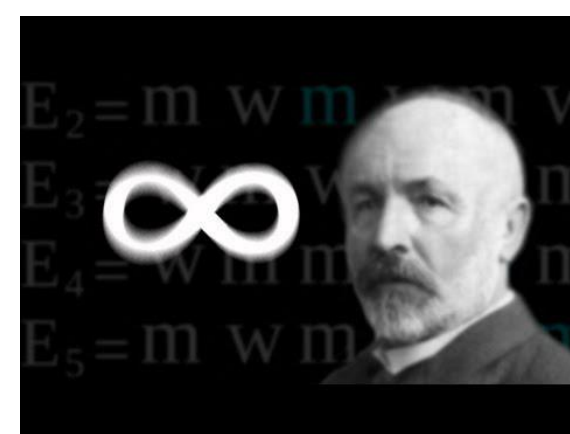
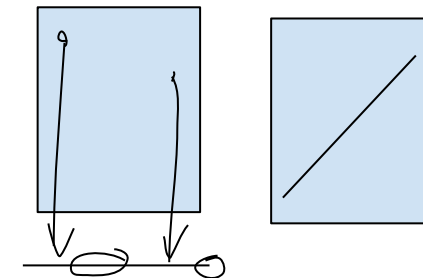


Теорема Кантора — Бернштейна. Следующая теорема является одной из основных в теории множеств.

Теорема 2 (Кантор — Бернштейн). Пусть A и B — два произвольных множества. Если существуют взаимно однозначное отображение f множества A на подмножество B_1 множества B и взаимно однозначное отображение g множества B на подмножество A_1 множества A , то A и B эквивалентны.



имеются два соответствия f и g , а нам надо построить новое 3-е соответствие между A и B и назовем мы его h



Отдельно взятая точка начав свое путешествие может заиклиться или она может бесконечно долго путешествовать

$$A \leftrightarrow B_1 \text{ и } B \leftrightarrow A_1 \Rightarrow A \leftrightarrow B$$

пусть точка x_0 произвольная точка из множества A , определим последовательность точек $\{x_n\}$ следующим образом. Пусть элемент x_n уже определен, тогда определим элемент x_{n+1} :

- 1) если n четно, то за x_{n+1} примем элемент из B , удовлетворяющий условию $g(x_{n+1}) = x_n$ (если такой элемент x_{n+1} существует)
- 2) если n нечетно, то за x_{n+1} примем элемент из A , удовлетворяющий условию $f(x_{n+1}) = x_n$ (если такой элемент x_{n+1} существует)

есть 3 вида точек внутри A :

- I) те точки, путешествие которых завершится на четном номере (например, x_0, z_0), этот вид обозначим A_e (even=четный)
- II) те точки, путешествие которых завершится на нечетном номере (например, k_0, y_0), этот вид обозначим A_o (odd=нечетный)
- III) те точки, путешествие которых не завершится, этот вид обозначим A_{oo} (oo=бесконечный)

в B будет 3 множества

B_e, B_o, B_{oo}

$$f(A_e) = B_o$$

$$f(A_{oo}) = B_{oo}$$

$$g(A_o) = B_e$$

в итоге отображение h на A_e и A_{oo} совпадает с f , а на A_o h совпадает с g