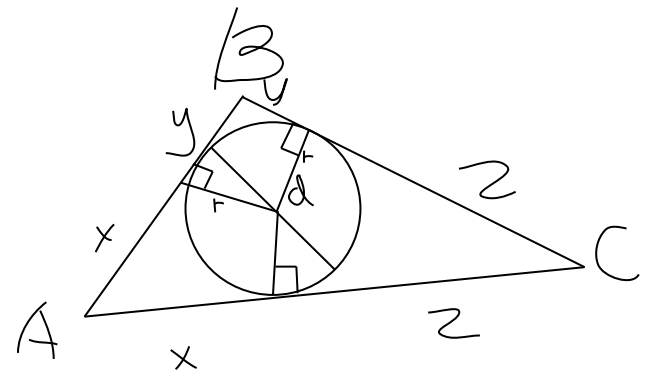


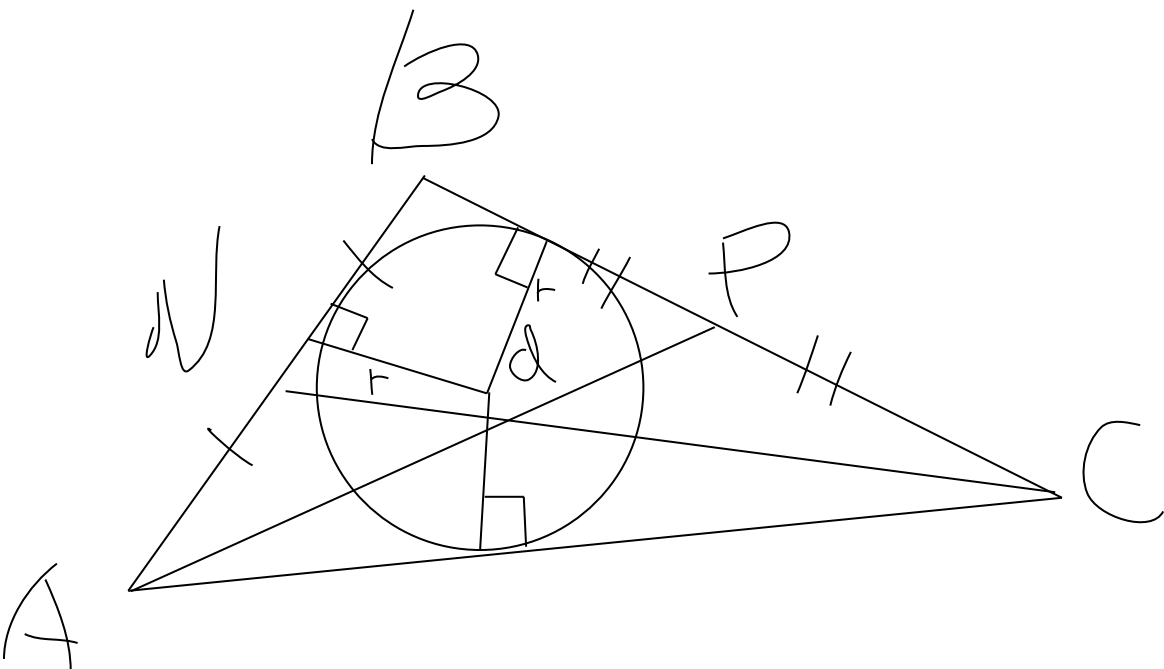
В треугольник вписана окружность. Сумма её диаметра и одной из сторон треугольника равна сумме двух других сторон.

а) Докажите, что треугольник является прямоугольным.

б) Найдите угол между медианами треугольника, проведёнными из вершин его острых углов, если известно, что радиус вписанной в него окружности равен 2, а радиус описанной около него окружности равен 5.



$a) d + AC = AB + BC$   
 $x + z + 2r = x + y + y + z$   
 $x + z + 2r = x + 2y + z$   
 $r = y \Rightarrow \angle B = 90^\circ$   
 $b) AC = 2R = 10$   
 $r = 2$



$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$   
 найти  $d = ?$   
 $V((a-0)^2 + (0-b)^2) = 10$   
 $a^2 + b^2 = 100$

$S = r(a+b+c)/2 = 2(a+b+10)/2 = a+b+10$   
 $S = a*b/2$   
 $a+b+10 = a*b/2$

$a^2 + b^2 = 100$   
 $a + b + 10 = a*b/2$

$2a - a*b + 2b + 20 = 0$   
 $a = (-20 - 2b)/(2 - b) = (20 + 2b)/(b - 2)$

$(20 + 2b)^2 / (b - 2)^2 + b^2 = 100$   
 $((20 + 2b)^2 + b^2 * (b - 2)^2) / (b - 2)^2 = 100$   
 $(400 + 80b + 4b^2 + b^2 * (b^2 - 4b + 4)) / (b - 2)^2 = 100$   
 $(400 + 80b + 4b^2 + b^4 - 4b^3 + 4b^2) / (b - 2)^2 = 100$   
 $(400 + 80b + 4b^2 + b^4 - 4b^3 + 4b^2 - 100b^2 + 400b - 400) / (b - 2)^2 = 0$   
 $b(80 + 4b + b^3 - 4b^2 + 4b - 100b + 400) / (b - 2)^2 = 0$   
 $b^3 - 4b^2 - 92b + 480 = 0$

$b = 6; 8; -10$   
 $a = (20 + 2b)/(b - 2) = (20 + 12)/(6 - 2) = 32/4 = 8$

$LJ = 6$   
 $JK = 8$   
 $LD = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52}$   
 $FK = \sqrt{9 + 64} = \sqrt{73}$

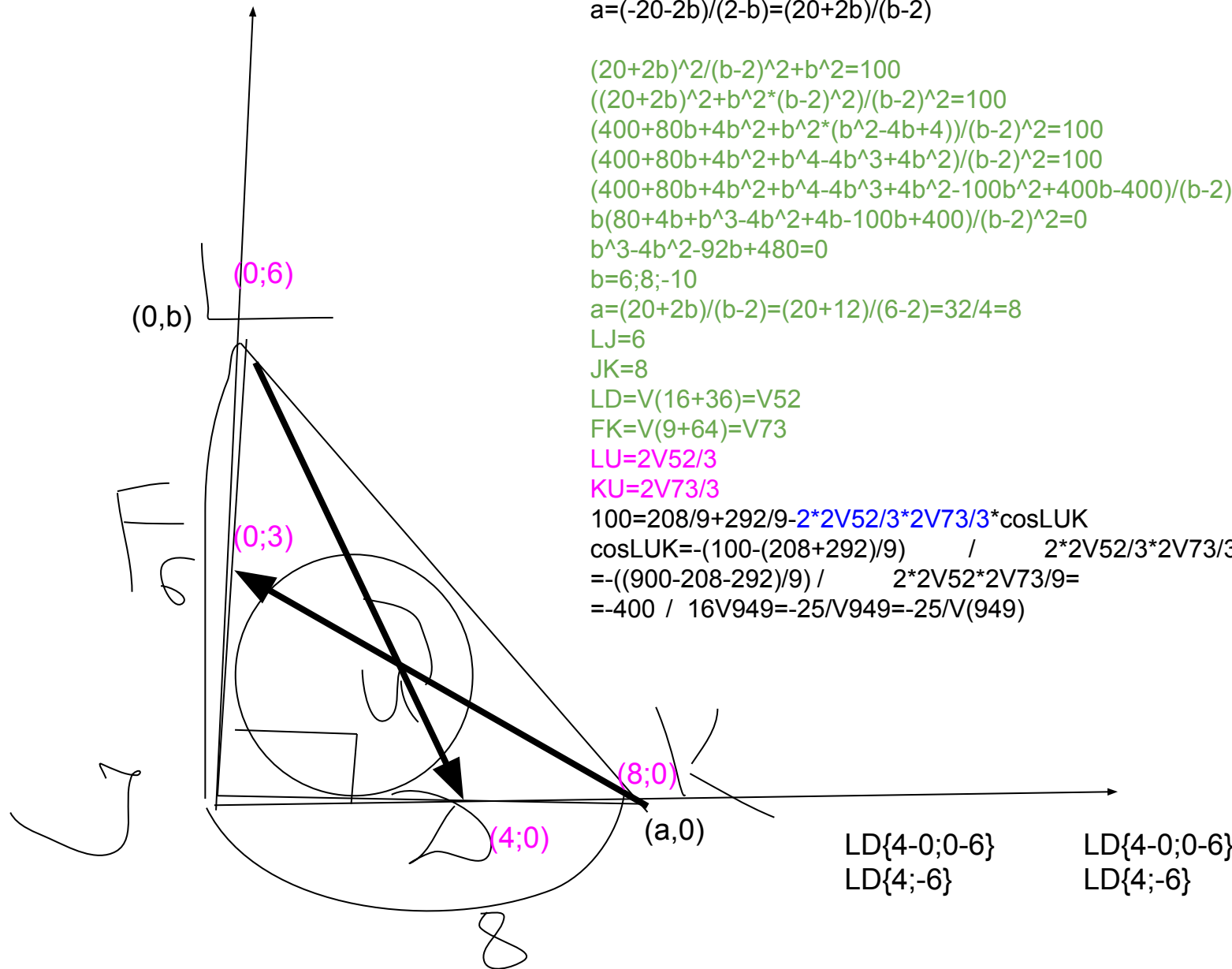
$LU = 2\sqrt{52}/3$   
 $KU = 2\sqrt{73}/3$   
 $100 = 208/9 + 292/9 - 2 * 2\sqrt{52}/3 * 2\sqrt{73}/3 * \cos LUK$   
 $\cos LUK = -(100 - (208 + 292)/9) / (2 * 2\sqrt{52}/3 * 2\sqrt{73}/3) =$   
 $= -((900 - 208 - 292)/9) / (2 * 2\sqrt{52} * 2\sqrt{73}/9) =$   
 $= -400 / 16\sqrt{949} = -25/\sqrt{949}$

$(a, b) = |a| * |b| * \cos(a, b)$   
 $\cos(a, b) = \text{abs}((a, b) / (|a| * |b|))$

$(LD, KF) = x_1 * x_2 + y_1 * y_2 =$   
 $= 4 * (-8) + (-6) * 3 = -32 - 18 = -50$   
 $|LD| = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$   
 $|KF| = \sqrt{64 + 9} = \sqrt{73}$

$\cos(a, b) = -50 / (2\sqrt{13} * \sqrt{73}) =$   
 $= -25 / \sqrt{949}$

$(a, b) = \arccos(25 / \sqrt{949})$   
**Ответ:  $\arccos(25 / \sqrt{949})$**



$LD\{4-0;0-6\}$   
 $LD\{4;-6\}$

$LD\{4-0;0-6\}$   
 $LD\{4;-6\}$

$KF\{0-8;3-0\}$   
 $KF\{-8;3\}$