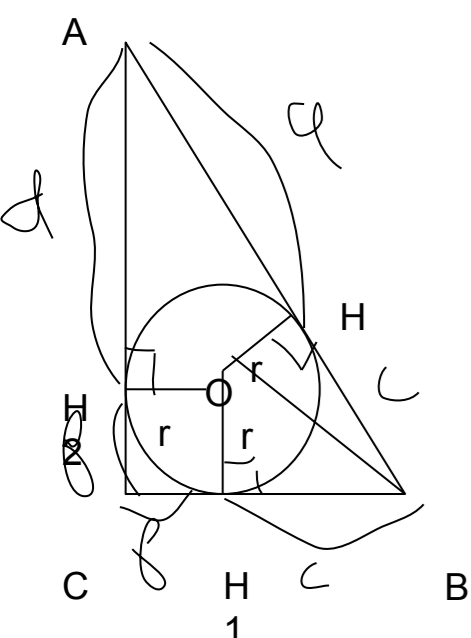


В треугольник вписана окружность. Сумма её диаметра и одной из сторон треугольника равна сумме двух других сторон.

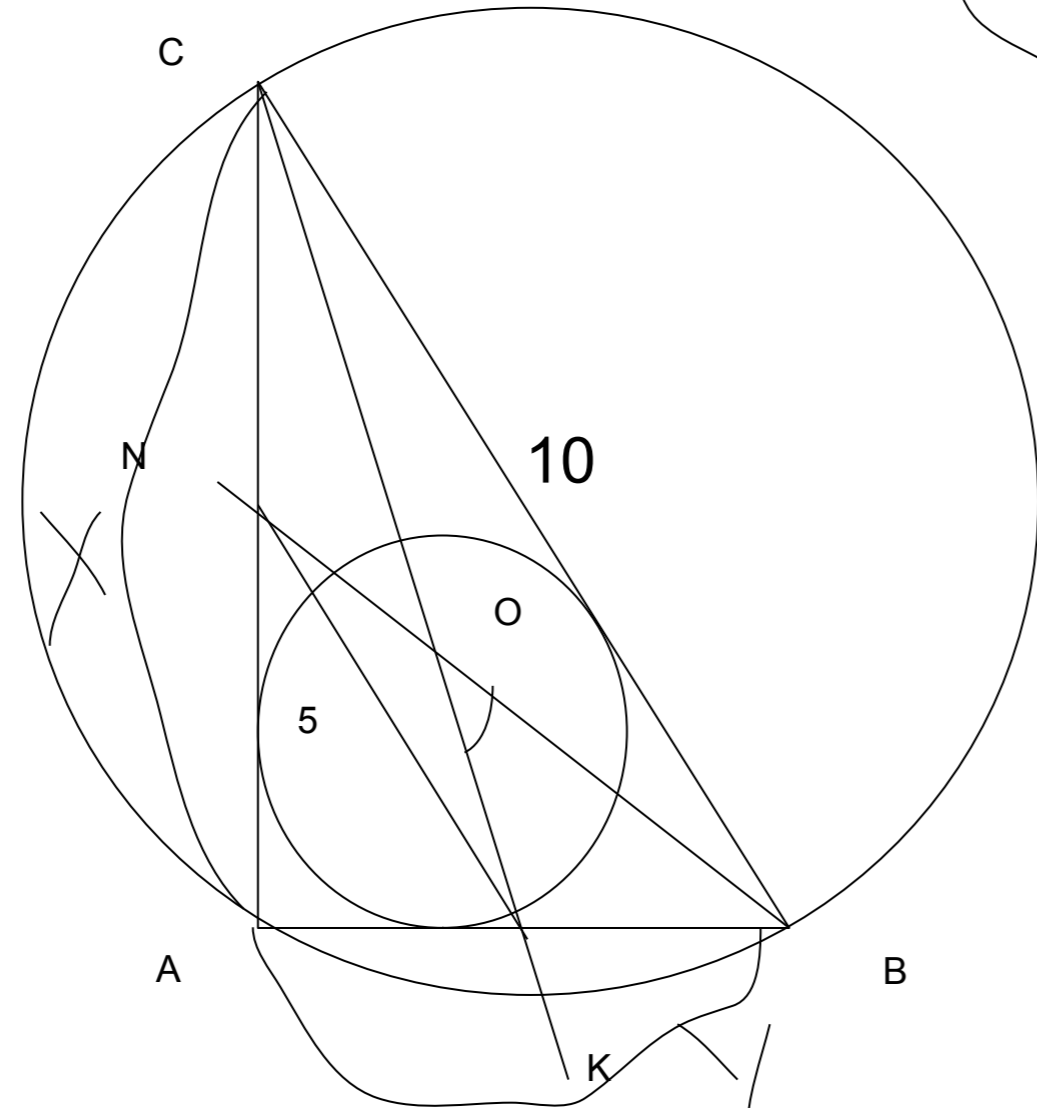
а) Докажите, что треугольник является прямоугольным.

б) Найдите угол между медианами треугольника, проведёнными из вершин его острых углов, если известно, что радиус вписанной в него окружности равен 2, а радиус описанной около него окружности равен 5.



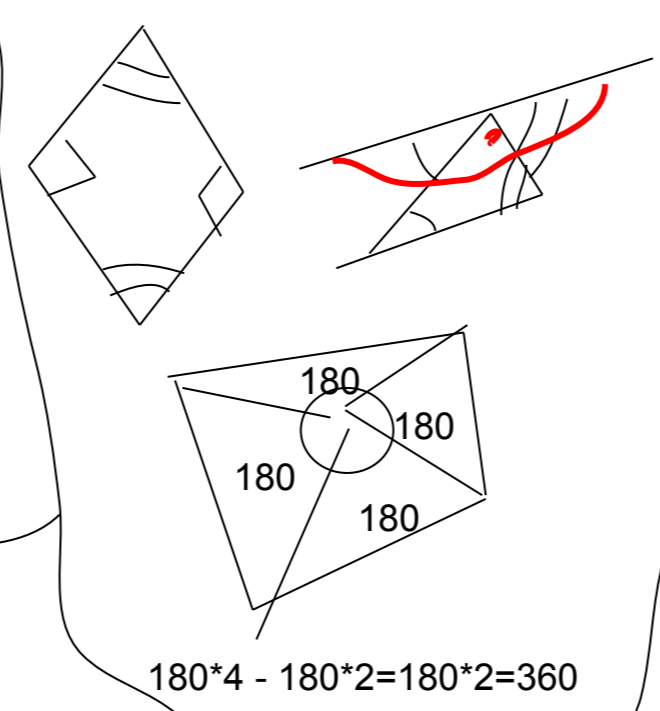
OH + OH1 + CB = AC + AB
 OH=OH1=OH2
 BH = BH1
 CH2=CH1
 AH2=AH

 $2r + b + c = a + b + a + c$
 $2r + b + c = 2a + b + c$
 $2r = 2a$
 $r = a \Rightarrow$ АНОН2 - ромб \Rightarrow противоположные углы равны \Rightarrow тк $\angle AN2O = \angle AHO = 90^\circ \Rightarrow \angle A = \angle H2OH = 180/2 = 90$



CB = 10
 $r = 2$
 $S = (X*Y)/2$
 $S = \text{через } r = r/2(x+y+BC)$
 $r/2(x+y+BC) = (x*y)/2$
 $(x+y+10) = (x*y)/2$

 $CB^2 = x^2 + y^2$
 $100 = x^2 + y^2$



$180*4 - 180*2 = 180*2 = 360$

$S_a = r*a/2$
 $s = (a+b+c)r/2$
 $S_b = r*b/2$
 $S_c = r*c/2$
 $S = S_a + S_b + S_c = r*a/2 + r*b/2 + r*c/2 = r/2(a+b+c) = p*r$

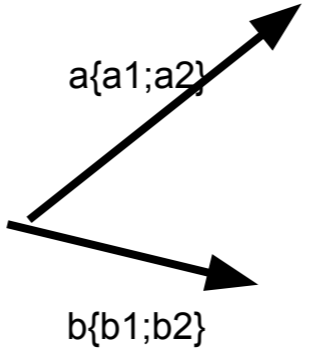
$(x+y+10) = (x*y)/2 \mid 2x + 2y + 20 = x*y \mid 2y+20=xy-2x$
 $100 = x^2 + y^2$
 $x = (2y+20)/(y-2)$
 $y^2 = 100 - x^2 \mid y^2 = 100 - ((2y+20)/(y-2))^2 \mid y \neq 2$
 $y^2 = 100 - (4y^2 + 80y + 400)/(y^2 - 4y + 4) \mid *(y^2 - 4y + 4)$
 $y^2(y^2 - 4y + 4) = 100*(y^2 - 4y + 4) - (4y^2 + 80y + 400)$
 $y^4 - 4y^3 + 4y^2 - 100y^2 + 400y - 400 + 4y^2 + 80y + 400 = 0$
 $y^4 - 4y^3 - 92y^2 + 480y = 0$
 $y(y^3 - 4y^2 - 92y + 480) = 0 \mid :y \neq 0$
 $y^3 - 4y^2 - 92y + 480 = 0$
 делитель свободного числа / делитель коэф при старшей степени
 $+2/1; +3/1; +4/1; +5/1; +6/1; +8/1; +10/1 \dots$
 $(y^3 - 92y) - (4y^2 - 480) = 0$
 $y = 6; 8; -10$

$y^3 - 4y^2 - 92y + 480 \mid y - 8$
 $y^3 - 8y^2 \qquad \qquad y^2 + 4y - 60$
 $4y^2 - 92y$
 $4y^2 - 32y$
 $-60y + 480$
 $-60y + 480$

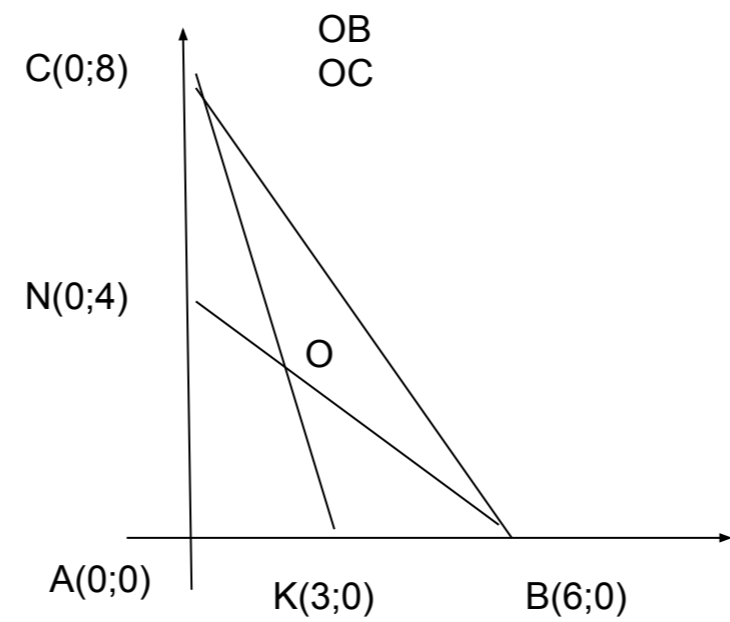
 0

$y^2 + 4y - 60 = 0$
 $y_1 = 6$
 $y_2 = -10$

1 СПОСОБ ПОИСКА УГЛА
 $NB = \sqrt{AN^2 + AB^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$
 $CK = \sqrt{AK^2 + AC^2} = \sqrt{73}$
 $OB = 4\sqrt{13}/3$
 $OK = \sqrt{73}/3$
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(c;b)$
 $KB^2 = KO^2 + BO^2 - 2(KO * BO) * \cos(KOB)$
 $\cos(KOB) = (KO^2 + BO^2 - KB^2) / (2(KO*BO))$
 $\cos(KOB) = (73/9 + 208/9 - 9) / (2(\sqrt{73}/3 * 4\sqrt{13}/3)) = (200/9) / (8\sqrt{949}/9) = 25/\sqrt{949}$
 $\angle KOB = \arccos(25/\sqrt{949})$
 ОТВЕТ: $\arccos(25/\sqrt{949})$



2 СПОСОБ ПОИСКА УГЛА
 $(a,b) = |a|*|b|*\cos(a,b)$
 $(a,b) = a_1*b_1 + a_2*b_2$
 $|a| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$
 $|b| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$
 $\cos(a,b) = (a,b) / (|a|*|b|) = (a_1*b_1 + a_2*b_2) / (\sqrt{a_1^2 + a_2^2} * \sqrt{b_1^2 + b_2^2})$



$NB\{6;-4\}$
 $KC\{0-3;8-0\} = \{-3;8\}$
 $|NB| = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$
 $|KC| = \sqrt{73}$
 $(NB, KC) = 6*-3 + 8*-4 = -50$
 $\cos(KC, NB) = -50 / (2\sqrt{13} * \sqrt{73}) = -50 / 2\sqrt{949} = -25/\sqrt{949}$
 $\cos(KOB) = |\cos(KC, NB)| = 25/\sqrt{949}$
 ОТВЕТ: $\arccos(25/\sqrt{949})$

