

Производство x тыс. единиц продукции обходится в $q = 0,5x^2 + 2x + 5$ млн. рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн. рублей) составляет $px - q$. При каком наименьшем значении p через четыре года суммарная прибыль составит не менее 52 млн. рублей?

Производство x тыс. единиц продукции обходится в $q = 0,5x^2 + 2x + 5$ млн рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет $px - q$. При каком наименьшем значении p через четыре года суммарная прибыль составит не менее 52 млн рублей?

Решение.

Прибыль (в млн рублей) за один год выражается как

$$px - (0,5x^2 + 2x + 5) = -0,5x^2 + (p - 2)x - 5.$$

Это выражение является квадратным трёхчленом и достигает своего наибольшего значения при $x = p - 2$. Наибольшее значение равно $\frac{(p-2)^2}{2} - 5$. Через 4 года прибыль составит не менее 52 млн рублей при

$$\frac{(p-2)^2}{2} - 5 \geq \frac{52}{4} \Leftrightarrow (p-2)^2 \geq 36 \Leftrightarrow (p-8)(p+4) \geq 0,$$

то есть при $p \geq 8$, поскольку цена продукции не может быть отрицательной. Таким образом, наименьшее значение $p = 8$.

Ответ: $p = 8$ тыс. рублей.