Найдите все значения параметра a, при которых любое решение уравнения

$$4\cdot\sqrt[3]{3{,}5x-2{,}5}+3\log_2(3x-1)+2a=0.$$

принадлежит отрезку $[1;3]$.

4*(3.5x-2.5)^(⅓) + 3log_2(3x-1)+2a=0

3x-1=t

3.5x-2.5=1/2(7x-5)=½*7(x-5/7)=
=½*7*1/3(3x-3*5/7)=7/6(3x-15/7)=
7/6(3x-1-8/7)=7/6(t-8/7)

3x-1>0
x>⅓

x э [1;3]

4*(3.5x-2.5)^(⅓) + 3log_2(3x-1)+2a=0

Найдите все значения a, при которых любое решение уравнения

$$4\sqrt[3]{3,5x-2,5}+3\log_2(3x-1)+2a=0$$

принадлежит отрезку $[1;3]$.

Решение.

Рассмотрим функцию $f(x)=4\sqrt[3]{3,5x-2,5}+3\log_2(3x-1)+2a$. Она определена при $x>\frac{1}{3}$, возрастает на области определения и принимает все значения от $-\infty$ до $+\infty$. Значит, уравнение $f(x)=0$ имеет единственное решение. Это решение принадлежит отрезку $[1;3]$ тогда и только тогда, когда $f(1)\le 0$ и $f(3)\ge 0$. Получаем систему неравенств:

$$\begin{cases}4+3+2a\le 0,\\ 8+9+2a\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+7\le 0,\\ 2a+17\ge 0,\end{cases}\Leftrightarrow -\frac{17}{2}\le a\le -\frac{7}{2}.$$

Ответ: $\left[-\frac{17}{2};-\frac{7}{2}\right]$.