

Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более  $\frac{3}{11}$  от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более  $\frac{3}{7}$  от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

а) Могло ли быть в группе 10 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов (а) и (б)?

а)				
1-к	9-т	$1/(1+10) \leq 3/7$	$9/(9+10) \leq 3/11$	False
2-к	8-т	$2/(2+10) \leq 3/7$	$8/(8+10) \leq 3/11$	False
3-к	7-т	$3/(3+10) \leq 3/7$	$7/(7+10) \leq 3/11$	False
4-к	6-т	$4/(4+10) \leq 3/7$	$6/(6+10) \leq 3/11$	False
5-к	5-т	$5/(5+10) \leq 3/7$	$5/(5+10) \leq 3/11$	False
6-к	4-т	$6/(6+10) \leq 3/7$	$4/(4+10) \leq 3/11$	False
7-к	3-т	$7/(7+10) \leq 3/7$	$3/(3+10) \leq 3/11$	True
8-к	2-т	$8/(8+10) \leq 3/7$	$2/(2+10) \leq 3/11$	False
9-к	1-т	$9/(9+10) \leq 3/7$	$1/(1+10) \leq 3/11$	False

Пусть у нас всего  $t$  мальчиков(театр),  $k$  мальчиков(кино) и  $d$  девочек.

$$t/(t+d) \leq 3/11$$

$$k/(k+d) \leq 3/7$$

$$3(t+d) \geq t11$$

$$3t+3d \geq t11$$

$$3d \geq 8t$$

$$3/8 \geq t/d$$

$$k/(k+d) \leq 3/7$$

$$3(k+d) \geq k7$$

$$3k+3d \geq k7$$

$$3d \geq 4k$$

$$3/4 \geq k/d$$

$$3/8 \geq t/d$$

$$3/4 \geq k/d$$

$$\frac{3}{8} + \frac{3}{4} \geq t/d + k/d$$

$$9/8 \geq (t+k)/d$$

Оценим долю девочек во всей группе

$$d/(d+t+k) = 1/((d+t+k)/d) =$$

$$= 1/(1+(t+k)/d) \leq 1/(1+9/8) \leq 8/17$$

1-к	8-т	$1/(1+8) \leq 3/7$	$8/(8+8) \leq 3/11$	False
2-к	7-т	$2/(2+8) \leq 3/7$	$7/(7+8) \leq 3/11$	False
3-к	6-т	$3/(3+8) \leq 3/7$	$6/(6+8) \leq 3/11$	False
4-к	5-т	$4/(4+8) \leq 3/7$	$5/(5+8) \leq 3/11$	False
5-к	4-т	$5/(5+8) \leq 3/7$	$4/(4+8) \leq 3/11$	False
6-к	3-т	$6/(6+8) \leq 3/7$	$3/(3+8) \leq 3/11$	True
7-к	2-т	$7/(7+8) \leq 3/7$	$2/(2+8) \leq 3/11$	False
8-к	1-т	$8/(8+8) \leq 3/7$	$1/(1+8) \leq 3/11$	False

б) Пусть мальчиков было 11 или больше, тогда девочек было 9 или меньше. Сколько макс мальчиков могло пойти в театр? Макс 3, так как если бы пошло больше, тогда для 4  $4/(4+9) > 3/11$ .

Сколько макс мальчиков могло пойти в кино?

Макс 7, так как если бы пошло больше, тогда для 8  $8/(8+9) > 3/7$

Из этого следует, что нашелся мальчик, который никуда не пошел

=> максимум 10 мальчиков

с) Пусть нашелся мальчик, который ходил и в театр и в кино, тогда, если бы вместо него присутствовало 2 мальчика, из которых один пошел только в театр, а другой только в кино, тогда доля мальчиков в театре и доля мальчиков в кино не изменится, но общая доля девочек станет меньше. Значит все мальчики ходили либо в театр, либо в кино.