

Решите неравенство

$$\frac{81^x + 2 \cdot 25^{x \log_5 3} - 5}{(4x-1)^2} \geq 0.$$

$$x^{ab} = (x^a)^b$$

$$(81^x + 2 \cdot (5)^{2x \log_5 3} - 5) / (4x-1)^2 \geq 0$$

$$(81^x + 2 \cdot (5)^{\log_5(3^{2x})} - 5) / (4x-1)^2 \geq 0$$

$$(81^x + 2 \cdot 3^{2x} - 5) / (4x-1)^2 \geq 0$$

$$(2 \cdot 3^{2x} + 81^x - 5) / (4x-1)^2 \geq 0 \quad | \cdot (4x-1)^2$$

$$2 \cdot 3^{2x} + 81^x - 5 \geq 0$$

$$2 \cdot 3^{2x} + 81^x - 5 \geq 0$$

$$2 \cdot 3^{2x} + (3^4)^x - 5 \geq 0$$

$$2 \cdot 3^{2x} + 3^{4x} - 5 \geq 0$$

$$3^{2x} = t = (3^2)^x = 9^x$$

$$t^2 + 2t - 5 \geq 0$$

$$t^2 + 2t - 5 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 5 = 24 = 12 \cdot 2 = 6 \cdot 4 = (2\sqrt{6})^2$$

$$t = -1 \pm \sqrt{6}$$

$$3^{2x} \leq -1 - \sqrt{6} \quad \text{or} \quad 3^{2x} \geq -1 + \sqrt{6}$$

$$3^{2x} \leq -1 - \sqrt{6} - \emptyset$$

$$3^{2x} \geq -1 + \sqrt{6}$$

$$9^x \geq -1 + \sqrt{6}$$

$$\log_9(9^x) \geq \log_9(-1 + \sqrt{6})$$

$$x \geq \log_9(-1 + \sqrt{6})$$

Ответ:

$$x \in [\log_9(-1 + \sqrt{6}); 1/4) \cup (1/4; +\infty)$$

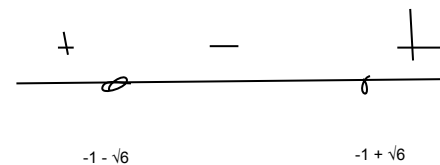
$$(1/3)^x < 5$$

$$\log_{1/3}(1/3^x) < \log_{1/3}(5)$$

$$x < 3$$

$$2^x < 2^3$$

$$1/2^x > 1/2^3$$



$$t \in (-\infty; -1 - \sqrt{6}] \cup [-1 + \sqrt{6}; +\infty)$$

$$3^{4x} = 3^{2 \cdot x \cdot 2} = (3^2)^{2x} = 9^{2x} = 9^x \cdot 2 = (9^x)^2 = t^2$$

$$a^{(\log_a(b))} = b$$

$$c \cdot \log_a(b) = \log_a(b^c)$$

нельзя домножать обе части неравенства **на выражение переменного знака**

$$5x > 1 \quad | \cdot x$$

$$5x^2 > x$$

на выражение постоянного знака - можно

Если ты к обеим частям неравенства применяешь возрастающую ф-ию - то знак неравенства сохраняется, иначе меняется

