

Каждый из группы учащихся ходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог ходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более  $3/11$  от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более  $3/7$  от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

а) Могло ли быть в группе 10 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов (а) и (б)?

а) Да, могло

1 - к, 9 - т	$9/(9+10) \leq 3/11$ - false	$1/(1+10) \leq 3/7$ - true
2 - к, 8 - т	$8/(8+10) \leq 3/11$ - false	$2/(2+10) \leq 3/7$ - true
3 - к, 7 - т	$7/(7+10) \leq 3/11$ - false	$3/(3+10) \leq 3/7$ - true
4 - к, 6 - т	$6/(6+10) \leq 3/11$ - false	$4/(4+10) \leq 3/7$ - true
5 - к, 5 - т	$5/(5+10) \leq 3/11$ - false	$5/(5+10) \leq 3/7$ - true
6 - к, 4 - т	$4/(4+10) \leq 3/11$ - false	$6/(6+10) \leq 3/7$ - true
7 - к, 3 - т	$3/(3+10) \leq 3/11$ - true	$7/(7+10) \leq 3/7$ - true

б) максимум 10 мальчиков

пусть мальчиков  $\geq 11 \Rightarrow$  девочек  $\leq 9$

сколько максимум мальчиков могли пойти в театр? - максимум 3

пусть 3 мальчика - т  $\Rightarrow 3/(3+9) \leq 3/11$  - true

пусть 4 мальчика - т  $\Rightarrow 4/(4+9) \leq 3/11$  - false  $8/(8+9) \leq 3/7$  - false

сколько максимум мальчиков могли пойти в кино? - максимум 7

пусть 8 мальчика - к  $\Rightarrow 8/(8+9) \leq 3/7$  - false

пусть 7 мальчика - к  $\Rightarrow 7/(7+9) \leq 3/7$  - true

значит нашелся мальчик, который никуда не пошел - противоречие

в)  $d / (m+d)$

$m_1$  - мальчики, которых ходят в театр

$m_2$  - мальчики, которых ходят в кино

пусть был мальчик, который ходил и в кино и в театр. Если этого мальчика заменить на 2-х мальчиков заменить на 2-х мальчиков, каждый из которых ходил только в кино или только в театр - то доля девочек при такой замене уменьшится в общем числе учащихся

$d/(m_1+m_2+d)=?$

$m_1/(m_1+d) \leq 3/11$

$m_2/(m_2+d) \leq 3/7$

$m_1/(m_1+d) \leq 3/11$

$11m_1 \leq 3m_1 + 3d$

$8m_1 \leq 3d$

$m_1/d \leq 3/8$

$m_2/(m_2+d) \leq 3/7$

$7m_2 \leq 3m_2 + 3d$

$4m_2 \leq 3d$

$m_2/d \leq 3/4$

$m_1/d \leq 3/8$

$m_2/d \leq 3/4$

$(m_1+m_2)/d \leq 3/4 + 3/8$

$(m_1+m_2)/d \leq 3(1/4 + 1/8)$

$(m_1+m_2)/d \leq 3(3/8)$

$(m_1+m_2)/d \leq 9/8$

$d/(m_1+m_2+d) =$

$d / d // (m_1+m_2+d) / d =$

$= 1 // ((m_1+m_2) / d + 1)$

$\geq 1 / (9/8 + 1) =$

$= 1/(17/8) = 8/17$

нужно привести

конкретный пример,

когда доля девочек

достигнет  $8/17$

17 людей, 8 девочек, 9

мальчиков, 3 в театр, 6

в кино

0+9

1+8

2+7

3+6

4+5

5+4

6+3

7+2

8+1

9+0

$0/8 \leq 3/8$   $9/8 \leq 3/4$  - false

$1/8 \leq 3/8$   $1 \leq 3/4$  - false

$2/8 \leq 3/8$   $7/8 \leq 3/4$  - false

$3/8 \leq 3/8$   $6/8 \leq 3/4$  - true