

Семь экспертов оценивают кинофильм. Каждый из них выставляет оценку — целое число баллов от 0 до 12 включительно. Известно, что все эксперты выставили различные оценки. По старой системе оценивания рейтинг кинофильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. По новой системе оценивания рейтинг кинофильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки и подсчитывается среднее арифметическое пяти оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{25}$ ?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{35}$ ?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.

Семь экспертов оценивают кинофильм. Каждый из них выставляет оценку — целое число баллов от 0 до 10 включительно. Известно, что все эксперты выставили различные оценки старой системе оценивания рейтинг кинофильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. По новой системе оценивания рейтинг кинофильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки и подсчитывается среднее арифметическое пяти оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{30}$ ?

б) Может ли эта разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{35}$ ?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.

**Решение.**

Обозначим рейтинг кинофильма, вычисленный по старой системе оценивания, через  $A$ , а рейтинг кинофильма, вычисленный по новой системе оценивания, через  $B$ .

а) Заметим, что  $A = \frac{m}{7}, B = \frac{n}{5}$ , где  $m$  и  $n$  — некоторые натуральные числа.

Значит,  $A - B = \frac{m}{7} - \frac{n}{5} = \frac{5m - 7n}{35}$ . Если  $A - B = \frac{1}{30}$ , то  $5m - 7n = \frac{35}{30}$ , что невозможно.

Таким образом, разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, не может равняться  $\frac{1}{30}$ .

б) Например, для оценок экспертов 0, 1, 2, 4, 7, 8, 9 разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равна

$$\frac{0+1+2+4+7+8+9}{7} - \frac{1+2+4+7+8}{5} = \frac{31}{7} - \frac{22}{5} = \frac{1}{35}.$$

в) Пусть  $x$  — наименьшая из оценок,  $z$  — наибольшая, а  $y$  — сумма остальных пяти оценок. Тогда

$$\begin{aligned} A - B &= \frac{x+y+z}{7} - \frac{y}{5} = \frac{5x-2y+5z}{35} \leq \frac{5x+5z-2((x+1)+(x+2)+\dots+(x+5))}{35} = \\ &= \frac{5z-5x-30}{35} \leq \frac{5 \cdot 10 - 5 \cdot 0 - 30}{35} = \frac{4}{7} \end{aligned}$$

Для оценок экспертов 0, 1, 2, 3, 4, 5, 10 разность  $A - B$  равна  $\frac{4}{7}$ . Значит, наибольшее возможное значение разности рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равно  $\frac{4}{7}$ .

Ответ: а) нет; б) да; в)  $\frac{4}{7}$