

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$|\sin^2 x + 2 \cos x + a| = \sin^2 x + \cos x - a$$

имеет на промежутке $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ единственный корень.

$$|\sin^2 2x + 2 \cos x + a| = \sin^2 2x + \cos x - a$$

$$\cos x + 2a = 0$$

$$\cos x = -2a$$

$$x = +\arccos(-2a) + 2\pi k$$

$$\sin^2 2x + 2 \cos x + a = -\sin^2 2x - \cos x + a$$

$$2 \sin^2 2x + 3 \cos x = 0$$

$$2(1 - \cos^2 2x) + 3 \cos x = 0$$

$$2 - 2 \cos^2 2x + 3 \cos x = 0$$

$$\cos x = t$$

$$-2t^2 + 3t + 2 = 0$$

$$t = 2; -1/2$$

$$\cos x = 2 \quad (-)$$

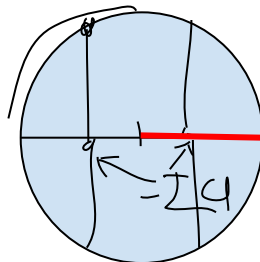
$$\cos x = -1/2$$

$$x = 2\pi/3 + 2\pi k$$

$$x = 4\pi/3 + 2\pi k$$

$$x = 2\pi/3$$

Ответ:
 $a \in [-1/2; 0] \cup \{1/4\}$



$$|x| = y \quad y > 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x = -y \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x| = y \\ 1. x > 0 \\ x = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x| = y \\ 2. x < 0 \\ -x = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left. \begin{matrix} x = y \\ x > 0 \end{matrix} \right\} \\ \left. \begin{matrix} -x = y \\ x < 0 \\ -x > 0 \end{matrix} \right\} \end{cases}$$

1 случай

2-ое уравнение совокупности имеет $x = 2\pi/3$

А первое не имеет решений

$$0 \leq -2a \leq 1$$

$$0 > a \geq -1/2$$

$$a \in [-1/2; 0]$$

2 случай

2-ое уравнение совокупности имеет $x = 2\pi/3$

И первое имеет решение

$$\cos(2\pi/3) = -2a$$

$$\text{при } -2a = -1/2$$

$$a = 1/4$$