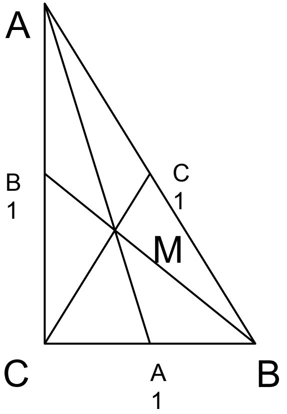
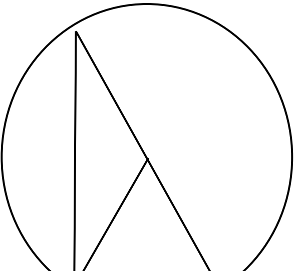
Медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Известно, что $AC = 3MB$.

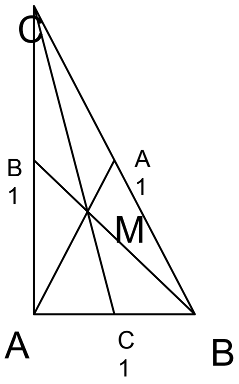
а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

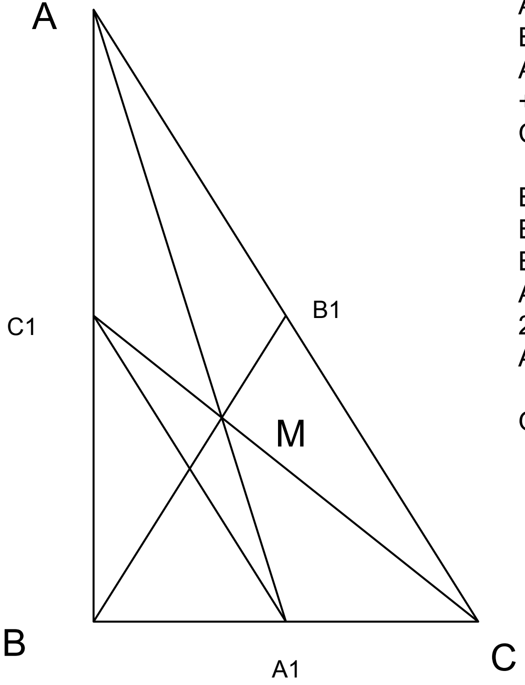
б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1, если известно, что $AC = 10$.



AC = 3MB
BM / MB1 = 2:1 | BB1 = 3x
AM / MA1 = 2:1 | AA1 = 3y
CM / MC1 = 2:1 | CC1 = 3z
{CC1 = 3z = ½ AB} - мечты
AA1^2 + CC1^2 = 9y^2 + 9z^2 = ?







а)
1)BM = 2x => AC = 6x
2)AB1 = B1C = 3x => 1/2AC = 3x
3)B1C = BB1 = 3x => <BB1C - р/б => <C - не прямой
4)Аналогично п3 => <A - не прямой
5)из п1,2 => трBB1C - рб => CB1 = BB1 = B1A(BB1 - медиана к AC)
6) AB1 = B1C и тк AC - одна сторона => AC - диаметр окр => трABC
прямоугольный с прямым углом B
б)
AA1^2 + CC1^2 = 9y^2 + 9z^2 = ?
BB1 = CB1 = AB1 = 5
AA1^2 = BA1^2 + AB^2
+
CC1^2 = BC^2 + C1B^2

BA1^2 + AB^2 + BC^2 + C1B^2 = AA1^2 + CC1^2
BA1^2 + AC^2 + C1B^2 = AA1^2 + CC1^2
BA1^2 + 100 + C1B^2 = AA1^2 + CC1^2
A1C1^2 + 100 = AA1^2 + CC1^2
25 + 100 = AA1^2 + CC1^2
AA1^2 + CC1^2 = 125

OTV: 125