Натуральное число называется *палиндро́мом*, если в его десятичной записи все цифры расположены симметрично (совпадают первая и последняя цифры, вторая и предпоследняя, и т.д.). Например, числа 121 и 953359 являются палиндромами, а числа 10 и 953953 не являются палиндромами.

а) Приведите пример числа-палиндрома, которое делится на 45.

б) Сколько существует пятизначных чисел-палиндромов, делящихся на 45?

в) Найдите десятое по величине число палиндром, которое делится на 45.

а) 45
на 5 и на 9
оканч на 5
в сумме делится на 9
585

б) 5aba5
2a+b+10 кратно 9=> 2a+b+1 кратно 9
если
a=0 b=8
a=1 b=6
a=2 b=4
a=3 b=2
a=4 b=0;9
a=5 b=7
a=6 b=5
a=7 b=3
a=8 b=1
a=9 b=8
ответ 11 способов

в)
3-х значных
585 - одно

4-х значных
5445 - одно

значит 10-ое среди 11-и 5-и значных

59895 - 13-ое
58185 - 12-ое
57375 - 11-ое
56565 - 10-ое

Ответ: 585;11;56565

Назовем натуральное число палиндромом, если в его десятичной записи все цифры расположены симметрично (совпадает первая и последняя цифры, вторая и предпоследняя, и т.д. Например, числа 121 и 123321 являются палиндромами.

а) Приведите пример числа-палиндрома, которое делится на 15

б) Сколько существует пятизначных чисел-палиндромов, делящихся на 15?

в) Найдите 37-е по величине число-палиндром, которое делится 15.

Решение.

Чтобы число делилось на 15, оно должно делиться на 5 и на 3. Для делимости на 5 оно должно кончаться на 5 (или на 0, но для палиндромов это невозможно). Дляделимости на 3 его сумма цифр должна быть кратна 3.

а) Например, 525.

б) Пусть это число $\overline{5aba5}$. Тогда $2a+b+1$ кратно 3. Изучим остатки цифр a и b от деления на 3.

Если $a=0;3;6;9$, то $b=2,5,8$, причем можно сочетать любые варианты.

Если $a=1;4;7$, то $b=0;3;6;9$, причем можно сочетать любые варианты.

Если $a=2;5;8$, то $b=1;4;7$, причем можно сочетать любые варианты.

Значит, всего этих чисел $4\cdot3+3\cdot4+3\cdot3=33$.

в) Трехзначные числа бывают только такие — $525, 555, 585$. Четырехзначные — только такие — $5115, 5445, 5775$. Значит, всего Среди не более чем пяизначных чисел есть 39 палиндромов. Осталось отсчитать третий с конца. Очевидно это число вида $\overline{59b95}$, поэтому 59295.

Ответ: а) 525; б) 33; в) 59295.