

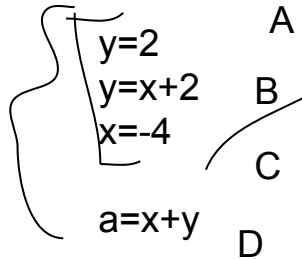
Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy - 4y + 2x + 4)\sqrt{x+4}}{\sqrt{5-y}} = 0, \\ a = x + y \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$$\begin{aligned} (y^2 - xy - 4y + 2x + 4)\sqrt{x+4} &= 0 \\ \sqrt{5-y} &\neq 0 \\ x+4 &\geq 0 \quad x \geq -4 \\ 5-y &> 0 \quad y < 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y^2 - xy - 4y + 2x + 4 &= 0 \\ y^2 - y(x+4) + 2x + 4 &= 0 \\ D = (x+4)^2 - 4(2x+4) &= x^2 + 8x + 16 - 8x - 16 = x^2 \\ y &= \frac{(x+4) \pm x}{2} \\ y &= 4/2 = 2 \\ y = 2x+4 = x+2 \\ (y-x-2)(y-2) &= 0 \end{aligned}$$



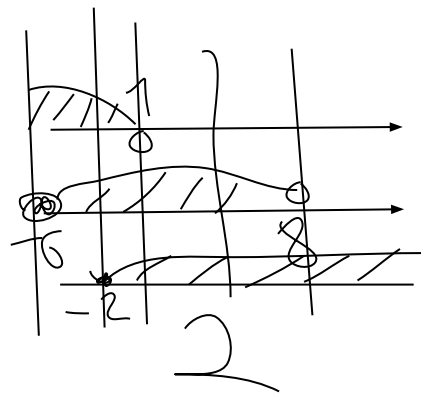
$$(A+B+C) \cdot D = AD + BD + CD$$

| | | | |
|-----|--|-----------------------|---|
| I | $\begin{cases} a=x+y \\ y=2 \\ x \geq -4 \end{cases}$ | $a \in [-2; +\infty)$ | $\begin{cases} a=x+2 \\ x=a-2 \\ a-2 \geq -4 \\ a \geq -2 \end{cases}$ |
| II | $\begin{cases} a=x+y \\ y=x+2 \\ x \geq -4 \\ y < 5 \end{cases}$ | $a \in [-6; 8)$ | $\begin{cases} a=x+y=x+x+2 \\ a=2x+2 \\ x=(a-2)/2 \geq -4 \\ a-2 \geq -8 \\ a \geq -6 \end{cases}$ and $\begin{cases} a=x+y=2y-2 \\ x=y-2 \\ y=(a+2)/2 \\ (a+2)/2 < 5 \\ (a+2) < 10 \\ a < 8 \end{cases}$ |
| III | $\begin{cases} a=x+y \\ x=-4 \\ y < 5 \end{cases}$ | $a \in (-\infty; 1)$ | $\begin{cases} a=y-4 \\ y=a+4 \\ a+4 < 5 \\ a < 1 \end{cases}$ |

$\sqrt{x+4}=0$
 $x=-4$
при этих a только одна из 3-х систем имеет решение
 $a \in (-\infty; -6) \cup [8; +\infty)$

| | | |
|------------------|---|-----------|
| I and II | $\begin{cases} y=x+2 \\ y=2 \\ x=0 \end{cases}$ | $a=2+0=2$ |
| I and III and II | $\begin{cases} y=2 \\ x=-4 \\ a=-2 \end{cases}$ | |

II and III
 $x=-4$
 $y=x+2=-2$
 $a=-6$



Ответ: $a \in (-\infty; -6) \cup [8; +\infty) \cup \{2\}$