

Ученики одной школы писали тест. Результатом каждого ученика является целое неотрицательное число баллов. Ученик считается сдавшим тест, если набрал не менее 85 баллов. Из-за того, что задания оказались слишком трудными, было принято решение всем участникам теста добавить по 7 баллов, благодаря чему количество сдавших тест увеличилось.

а) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, не сдавших тест, понизился?

б) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, сдавших тест, понизился, и средний балл участников, не сдавших тест, тоже понизился?

в) Известно, что первоначально средний балл участников теста составил 85, средний балл участников, сдавших тест, составил 95, а средний балл участников, не сдавших тест, составил 70. После добавления баллов средний балл участников, сдавших тест, стал равен 100, а не сдавших тест – 72. При каком наименьшем числе участников теста возможна такая ситуация?

$$(a+b+c+d+e+f)/6$$

$$(a+7+b+7+c+7+d+7+e+7+f+7)/6=(a+b+c+d+e+f)/6 + 7$$

Ученики одной школы писали тест. Результатом каждого участника является целое неотрицательное число баллов. Ученик считается сдавшим тест, если он набрал не менее 83 баллов. Из-за того, что задания оказались слишком трудными, было принято решение всем участникам теста добавить по 5 баллов, благодаря чему количество сдавших тест увеличилось.

а) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл учеников, не сдавших тест, понизился?

б) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл учеников, сдавших тест, понизился, и средний балл учеников, не сдавших тест, тоже понизился?

в) Известно, что первоначально средний балл участников теста составил 90, средний балл учеников, сдавших тест, составил 100, а средний балл учеников, не сдавших тест, составил 75. После добавления баллов средний балл учеников, сдавших тест, стал равен 103, а не сдавших — 79. При каком наименьшем числе участников теста возможна такая ситуация?

**Решение.**

а) Пусть было 3 ученика, которые набрали 100, 82 и 2 балла. Средний балл учеников, не сдавших тест  $\frac{82+2}{2} = 42$  балла. После добавления баллов у учеников оказалось 105, 87 и 7 баллов. Средний балл учеников, не сдавших тест, составил 7 баллов.

б) В примере предыдущего пункта средний балл учеников, сдавших тест, первоначально составил 100 баллов, а после добавления баллов составил  $\frac{105+87}{2} = 96$  баллов.

в) Пусть всего было  $N$  участников теста, сдали тест  $a$  учеников, после добавления баллов сдали тест  $b$  учеников. Заметим, что средний балл после добавления составил 95. Имеем два уравнения:

$$90N = 75(N - a) + 100a \text{ и } 95N = 79(N - b) + 103b,$$

откуда  $15N = 25a$ , то есть  $3N = 5a$ , и  $16N = 24b$ , то есть  $2N = 3b$ . Таким образом,  $N \geq 15$ .

Покажем, что  $N$  могло равняться 15. Пусть изначально 5 учеников набрали по 74 балла, 1 ученик — 80 баллов и 9 учеников по 100 баллов. Тогда средний балл был равен 90, средний балл учеников, сдавших тест, был равен 100, а средний балл учеников, не сдавших тест, был равен 75. После добавления баллов средний балл учеников, сдавших тест, стал равен 103, средний балл учеников, не сдавших тест, стал равен 79. Таким образом, все условия выполнены.

Ответ: а) да; б) да; в) 15.