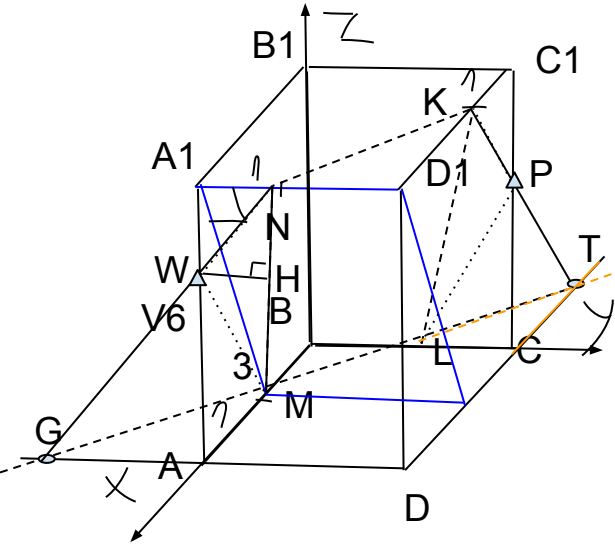


- 14 В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны рёбра:  $AB = 3$ ,  $AA_1 = \sqrt{6}$ . На рёбрах  $AB$ ,  $A_1 D_1$  и  $C_1 D_1$  отмечены соответственно точки  $M$ ,  $N$  и  $K$  так, что  $AM = A_1 N = C_1 K = 1$ . Пусть  $L$  — точка пересечения плоскости  $(MNK)$  и ребра  $BC$ .
- а) Докажите, что четырёхугольник  $MNKL$  — квадрат.  
 б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью  $(MNK)$ .



Так как  $NK \parallel ML$  и  $AM = A_1 N = C_1 K = 1 \Rightarrow LC = AM = A_1 N = C_1 K = 1 \Rightarrow ML = NK$  &  $ML \parallel NK \Rightarrow MNKL$ -параллелограм  $\Rightarrow NM = KL$

$NK = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$   
 $NMA_1$ :  
 $A_1 M = \sqrt{6+1} = \sqrt{7}$   
 $A(3; 0; 0)$   
 $M(2; 0; 0)$   
 $N(3; 1; \sqrt{6})$   
 $A_1 M \{-1; 0; -\sqrt{6}\}$   
 $A_1 N \{0; 1; 0\}$   
 $\cos(A_1 M, A_1 N) = (A_1 M, A_1 N) / (|A_1 N| \cdot |A_1 M|)$   
 $(A_1 M, A_1 N) = 0$   
 $NM = \sqrt{7+1} = \sqrt{8} = NK$

$$\begin{aligned} (y-y_1)/(y_2-y_1) &= (z-z_1)/(z_2-z_1) \\ (y-1)/(-1-1) &= (z-\sqrt{6})/(0-\sqrt{6}) \\ (y-1)/(-2) &= (z-\sqrt{6})/(-\sqrt{6}) \\ -\sqrt{6}(y-1) &= -2(z-\sqrt{6}) \\ -y\sqrt{6} + \sqrt{6} &= -2z + 2\sqrt{6} \quad - (GN) \end{aligned}$$

$K(1; 3; \sqrt{6})$   
 $NM \{-1; -1; -\sqrt{6}\}$   
 $NK \{-2; 2; 0\}$   
 $(NM; NK) = (2-2+0) = 0$   
 $\Rightarrow MNKL$ -квадрат

$trGMA$  и  $trLCT$ :  
 $yrGMA = yrTLC$   
 $AM = LC$   
 $yrGAM = yrLCT = 90$   
 $\Rightarrow trGMA = trLCT \Rightarrow GM = TL$   
 $GM = TL$  и  $NM = KL \Rightarrow trGNM = trKTL \Rightarrow GN = KT$  и  $yrGNM = yrLKT$

$\sin(yrBML) = 2/\sqrt{8} = \sqrt{2}/2$   
 $yrBML = 45 = yrGMA \Rightarrow yrGMA = yrMGA \Rightarrow GA = MA = 1$   
 $G(3; -1; 0)$

$$\begin{aligned} (y-0)/(0-0) &= (z-0)/(V6-0) \\ y=0 & \quad - (AA_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -y\sqrt{6} + \sqrt{6} &= -2z + 2\sqrt{6} \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 + \sqrt{6} &= -2z + 2\sqrt{6} \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2z &= 2\sqrt{6} - \sqrt{6} \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{6}/2 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} WM &= \sqrt{1+6/4} = \sqrt{10/4} = \sqrt{10}/2 = WN \\ WH &= \sqrt{10/4 - 8/4} = 1/\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S(WNM) &= S(KPL) = \sqrt{8}/2\sqrt{2} = 1 \\ S(сеч) &= S(WNM) + S(KPL) + S(NKLM) = 1 + 1 + 8 = 10 \end{aligned}$$

Ответ: 10