

На шахматной доске стоят 44 ферзя. Докажите, что каждый из них бьет какого-нибудь другого ферзя.

Если один ферзь "бьет" другого ферзя, то второй, в свою очередь, также бьет первого. Значит, задачу можно переформулировать таким образом: докажите, что на доске нет ни одного ферзя, который бы не напал хотя бы на одного из установленных ферзей.

Ход ферзя - это любое движение либо по горизонтали, либо по вертикали, либо по диагонали. Доска состоит из 64 клеток. Наименьшее число клеток, на которые может сходить ферзь, это когда он стоит в углу доски. Из угла он может пойти на 7 клеток по горизонтали или вертикали или по единственной доступной диагонали. Это дает 21 клетку. Из любого другого места доски он имеет больше 21 хода, вплоть до 27 из центральных клеток.

Доказательство.

Допустим, что мы смогли поставить такую позицию, в которой существует ферзь, который не нападает ни на какого другого. Тогда этот ферзь имеет выбор из как минимум 21 свободного хода, т. е. на доске свободны как минимум 21 клетка.

Но на доске всего 64 клетки, 1 клетку занимает наш "одинокий" ферзь, остальные 43 ферзя занимают еще 43 клетки. Т.о., на доске свободно всего  $64 - 1 - 43 = 20$  клеток. Противоречие!

Полученное противоречие показывает, что невозможно расставить 44 ферзя на доске так, чтобы остался хотя бы один ферзь, который ни на кого не нападает.

Ч.т.д.