

Ученик за 1 неделю получил 13 оценок (из набора 2,3,4,5), среднее арифметическое которых - целое число. Докажите, что какую-то оценку он получил не более двух раз.

Условие

Авторы: [Агаханов Н.Х.](#), [Богданов И.И.](#)

Ученик за одну неделю получил 17 оценок (каждая из них – 2, 3, 4 или 5). Среднее арифметическое этих 17 оценок – целое число.

Докажите, что какую-то оценку он получил не более двух раз.

Решение

Допустим противное. Тогда каждую из оценок 2, 3, 4, 5 ученик получил не меньше трёх раз. Возьмём по три оценки каждого вида; сумма 12 взятых оценок равна 42. Так как каждая из оставшихся пяти оценок не меньше 2 и не больше 5, сумма всех 17 оценок не меньше $42 + 5 \cdot 2 = 52$ и не больше $42 + 5 \cdot 5 = 67$. Но ни одно из чисел от 52 до 67 не делится на 17. Значит, среднее арифметическое всех оценок – нецелое. Противоречие.