

Ученик за 1 неделю получил 13 оценок (из набора 2,3,4,5), среднее арифметическое которых - целое число. Докажите, что какую-то оценку он получил не более двух раз.

доказываем от противного тогда каждую из оценок 2 3 4 5 ученик получил не меньше трёх раз возьмём по три оценки каждого вида сумма 12 оценок равна 42 **каждая из оставшихся пяти** оценок не меньше 2 и не больше 5 сумма 17 оценок не меньше $42+5\cdot 2 = 52$ и не больше $42+5\cdot 5 = 67$ но числа 52 до 67 не делятся на 17 значит среднее всех оценок нецелое

$$2\cdot 3+3\cdot 3+4\cdot 3+5\cdot 3=42 \text{ (12 оценок)}$$

еще одна оценка

$$42+2=44$$

$$42+5=47$$

после взятия 13-ой оценки общая сумма от 44 до 47

среднее арифметическое = сумма оценок/количество оценок

сумма оценок(от 44 до 47)/количество оценок(13) = нецелое

ближайшее меньшее 39

ближайшее большее 52

мы пришли к противоречию с тем, что среднее арифметическое должно быть целым числом