

Докажите, что

а) из любых 7 натуральных чисел можно выбрать три числа, сумма которых делится на 3

б) из любых 5 натуральных чисел можно выбрать три числа, сумма которых делится на 3

Остатков при делении на 3 - 3:

0 1 2

Среди 7 по Дирихле есть 1 остаток который имеют хотя бы 3 числа. Значит существует 3 таких числа. Сложим их, и их остатки сложатся :

$$2+2+2 \%3 == 0$$

$$1+1+1 \%3 == 0$$

$$0+0+0 \%3 == 0$$

Для 5 нам нужно 3 разных остатка (1+2+0) или 3 одного

Если каждого хотя бы по 1, то сложим эти 3 числа

Меньше 1 каждого остатка может быть если

4 одного и 1 другой, но среди них есть 3 с одним остатком

5 одного, среди них есть 3 одного остатка