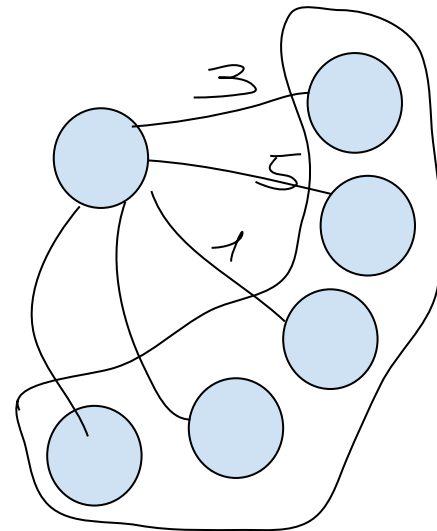


Шесть математиков пошли на рыбалку. Вместе они наловили 100 рыб, причём все поймали разное количество. После рыбалки они заметили, что любой из них мог бы раздать всех своих рыб другим рыбакам так, чтобы у остальных пятерых стало поровну рыб. Докажите, что один рыбак может уйти домой со своим уловом, и при этом снова каждый оставшийся сможет раздать всех своих рыб другим рыбакам так, чтобы у них получилось поровну. [7 баллов]



Условие

Шесть математиков пошли на рыбалку. Вместе они наловили 100 рыб, причём все поймали разное количество. После рыбалки они заметили, что любой из них мог бы раздать всех своих рыб другим рыбакам так, чтобы у остальных пятерых стало поровну рыб. Докажите, что один рыбак может уйти домой со своим уловом и при этом снова каждый оставшийся сможет раздать всех своих рыб другим рыбакам так, чтобы у них получилось поровну.

a, b, c, d, e, f

$$a + b + c + d + e + f = 100$$

пусть 1 рыбак раздал своих рыб 5-рым, у них стало поровну, сколько у каждого из них стало рыб? у каждого из 5-х 20 рыб. Значит каждый поймал не более 20 рыб.

Решение

После того как один рыбак раздаст своих рыб, у остальных должно стать по $100 : 5 = 20$ рыб. Значит, каждый поймал не более 20 рыб. Пусть у рыбака Ивана ровно 20 рыб. Когда другой математик раздаёт своих рыб, Иван не получает ничего, но у всех становится поровну. Поэтому если Иван уйдёт, остальные могут раздавать по-прежнему, и у всех снова будет по 20. Осталось показать, что среди рыбаков действительно найдётся такой, который поймал ровно 20 рыб. В самом деле, если такого нет, то у рыбаков в сумме не более чем $19 + 18 + 17 + 16 + 15 + 14 = 99 < 100$ рыб – противоречие.

пусть изначально у одного из рыбаков было 20 рыб - значит ему досталась 0 или он раздал. Если он уйдёт, то у остальных все равно будет поровну.

пусть такого рыбака нет, тогда $19 + 18 + 17 + 16 + 15 + 14 = 99 < 100$