

Представление логических операций через диаграммы Эйлера-Венна

[Историческая справка](#)

[Представление логических операций](#)

[Применение диаграмм для решения логических задач](#)

[Задания для тренировки](#)

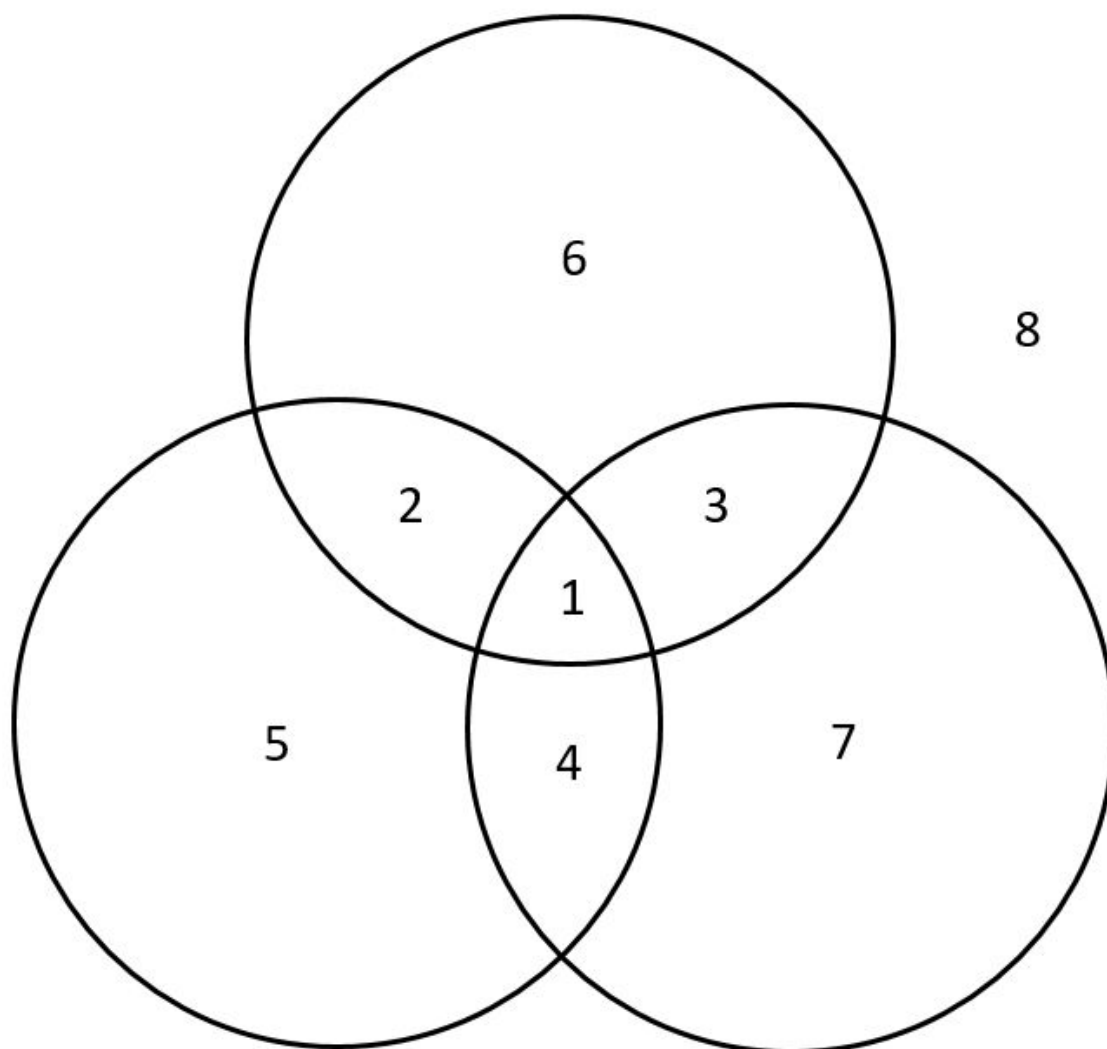
Аннотация

В этом уроке мы познакомимся с графическим представлением логических операций в виде отношений множеств и подмножеств.

1. Историческая справка

Леонард Эйлер, швейцарский, немецкий и российский математик, при решении задач изображал множества в виде кругов, поэтому они и получили название «круги Эйлера». Английский логик и философ **Джон Венн** также использовал графические методы, называемые «диаграммами Венна», для отображения отношений между подмножествами. Теперь *диаграммы Эйлера-Венна* используются во многих областях: в логике, теории множеств, теории вероятностей, статистике и информатике.

В случае n множеств можно получить 2^n комбинаций свойств (подмножеств), которые можно описать базовыми логическими операциями. Например, при $n = 3$ множества изображаются кругами равного радиуса с центрами в вершинах равностороннего треугольника.

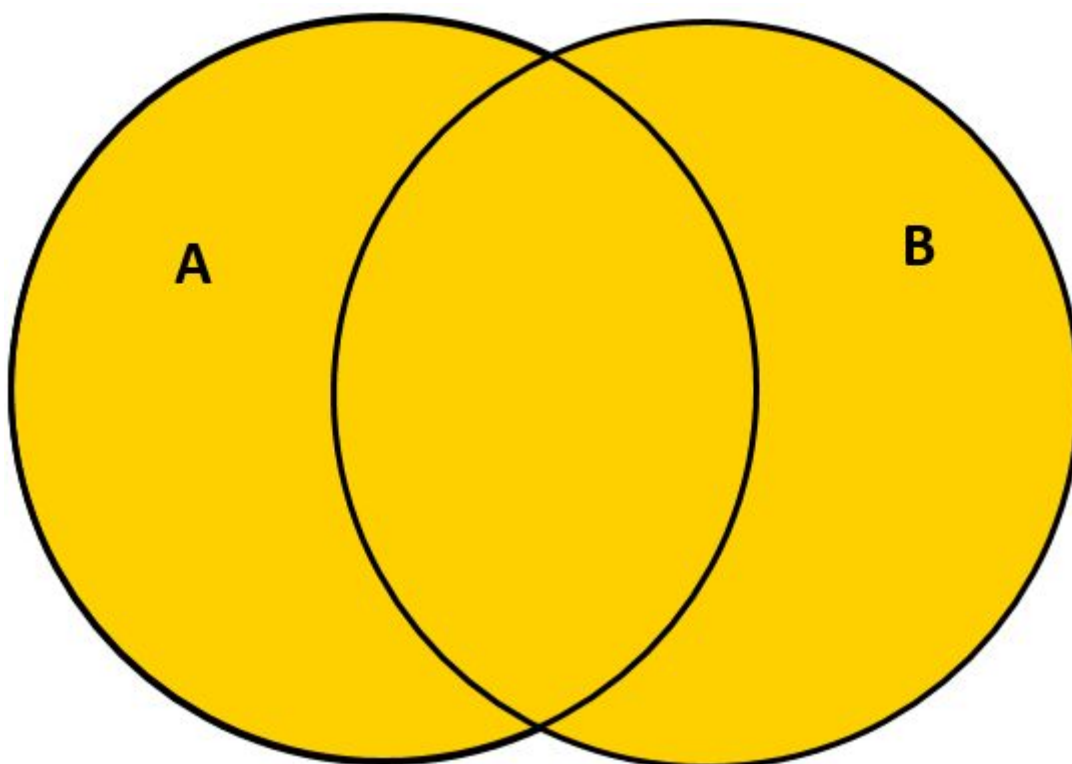


Операции над множествами применяются для получения новых множеств из уже существующих. Объединение всех подмножеств дает универсальное множество.

2. Представление логических операций

Дизъюнкция.

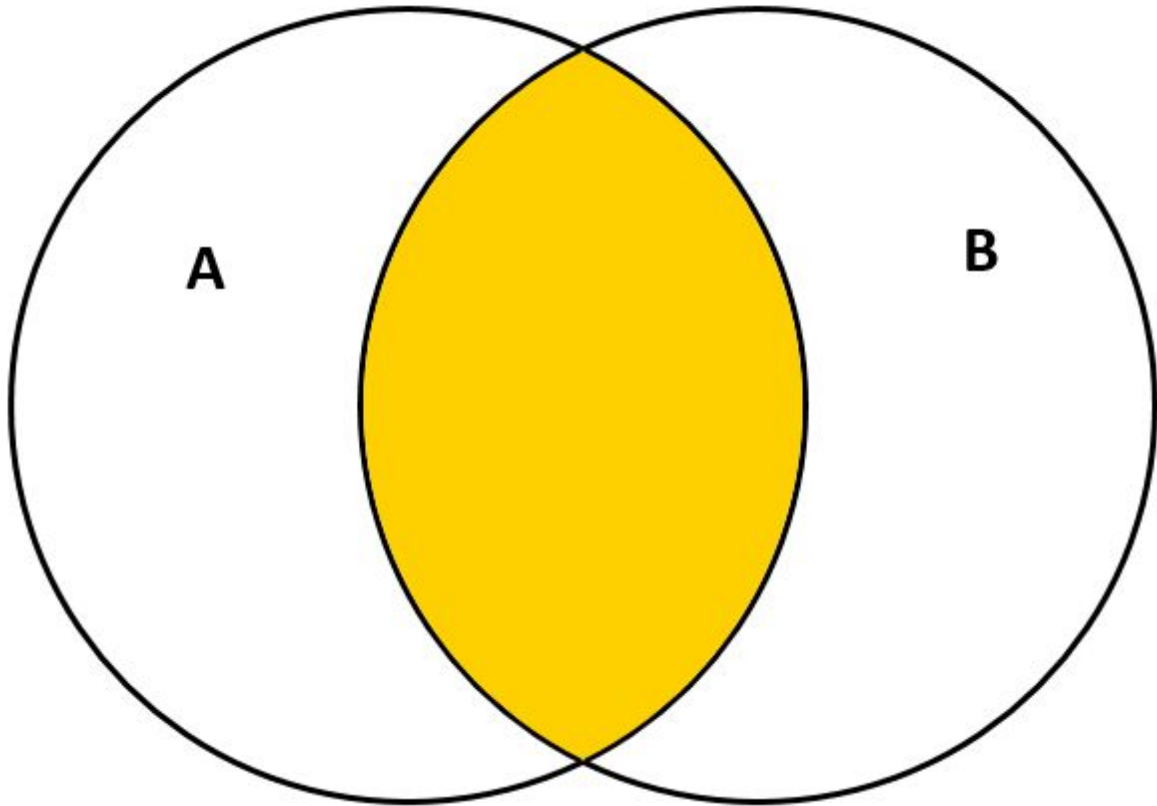
Объединением множеств A и B называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A и B .



Обозначение: $A \mid B = A \text{ or } B = A \vee B$

Конъюнкция.

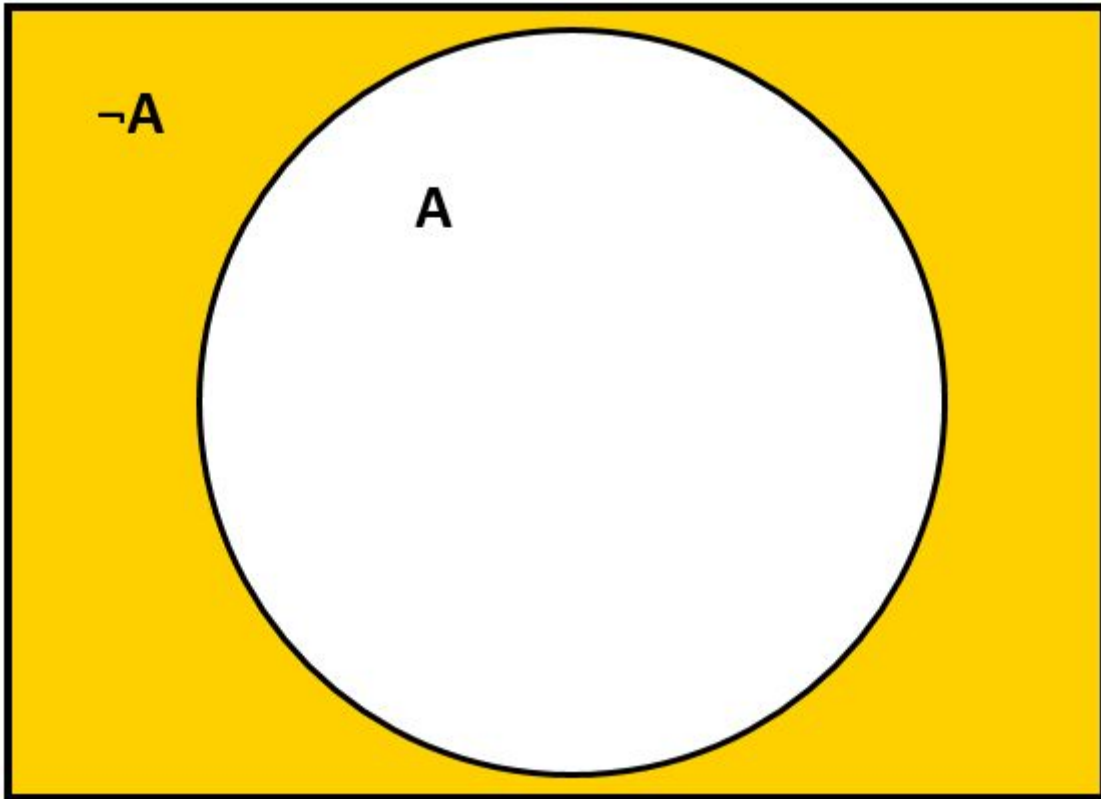
Пересечением множеств A и B называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат одновременно как множеству A, так и множеству B.



Обозначение: $A \& B = A \text{ and } B = A \wedge B$

Инверсия.

Абсолютным дополнением множества A называется множество всех тех элементов, которые не принадлежат множеству A .



Обозначение: **not A = $\neg A$**

Из простых высказываний с помощью базовых логических операций можно получить составные, которые на диаграмме Эйлера-Венна изображаются в виде подмножества основного множества.

Высказывание	Подмножество	Высказывание	Подмножество
$\neg A \vee B$		$\neg(\neg A \vee B)$	
$\neg A \& B$		$\neg(\neg A \& B)$	

Задания для тренировки. Изобразите диаграммы Эйлера-Венна для составных высказываний:

$\neg A \vee \neg B$	$\neg(\neg A \vee \neg B)$
$\neg A \& \neg B$	$\neg(\neg A \& \neg B)$
$A \& B \& C$	$(A \vee B) \& \neg C$
$B \& \neg(A \& C)$	$A \& C \vee B \& C$

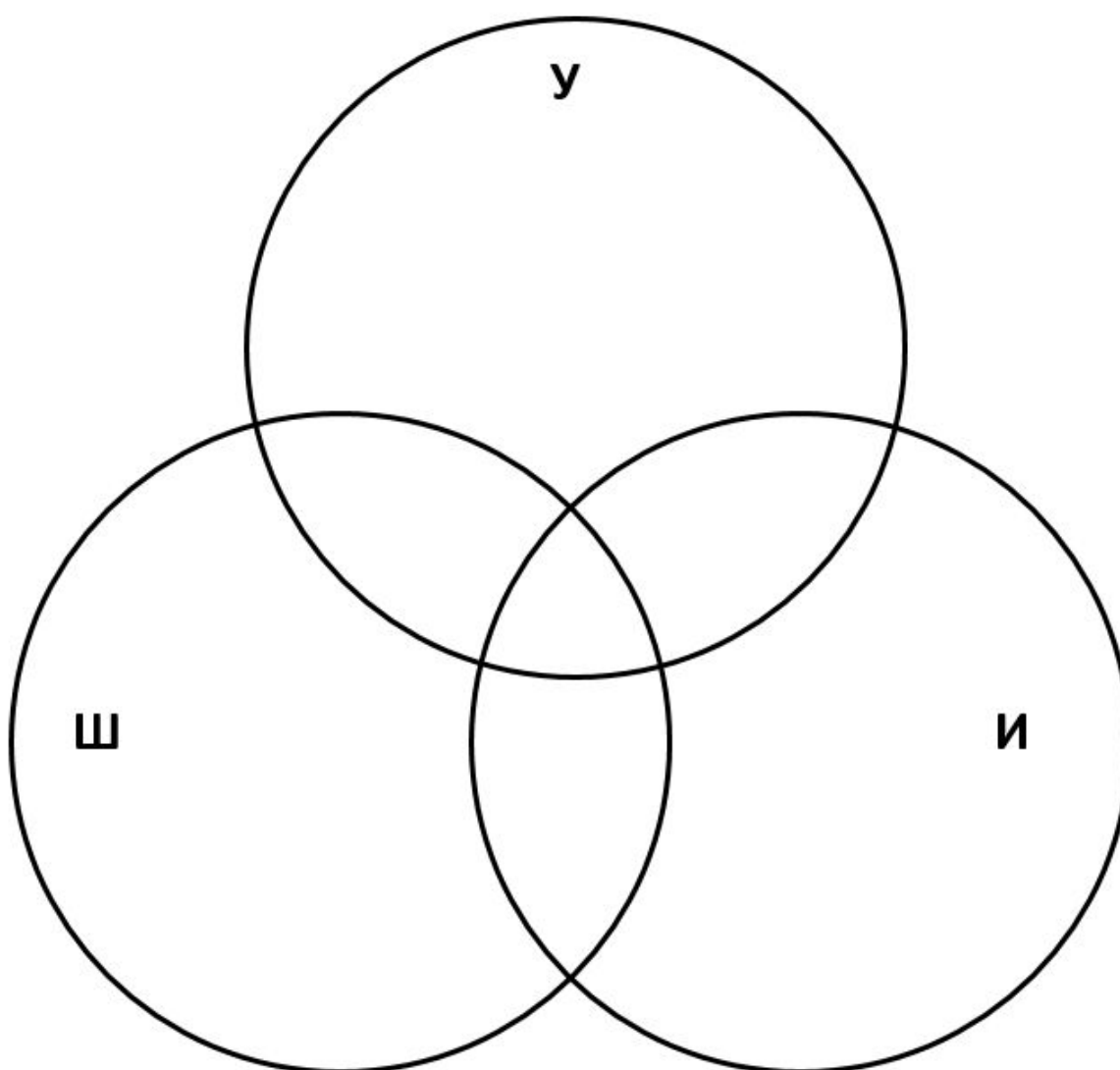
3. Применение диаграмм для решения логических задач

Пример 1. В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

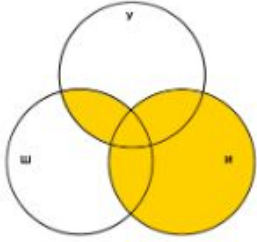
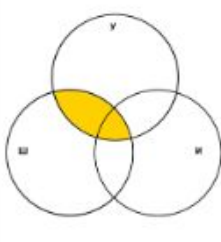
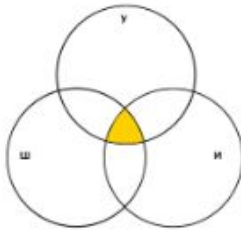
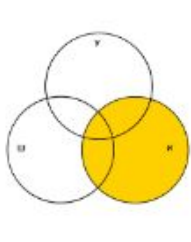
Запрос	Найдено страниц (в тысячах)
Уэльс & Шотландия \vee Ирландия	450
Уэльс & Шотландия	213
Уэльс & Шотландия & Ирландия	87

Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу **Ирландия**?

1. Изобразим отношения между множествами в виде диаграмм Эйлера-Венна



2. Отметим известные и неизвестные составные высказывания

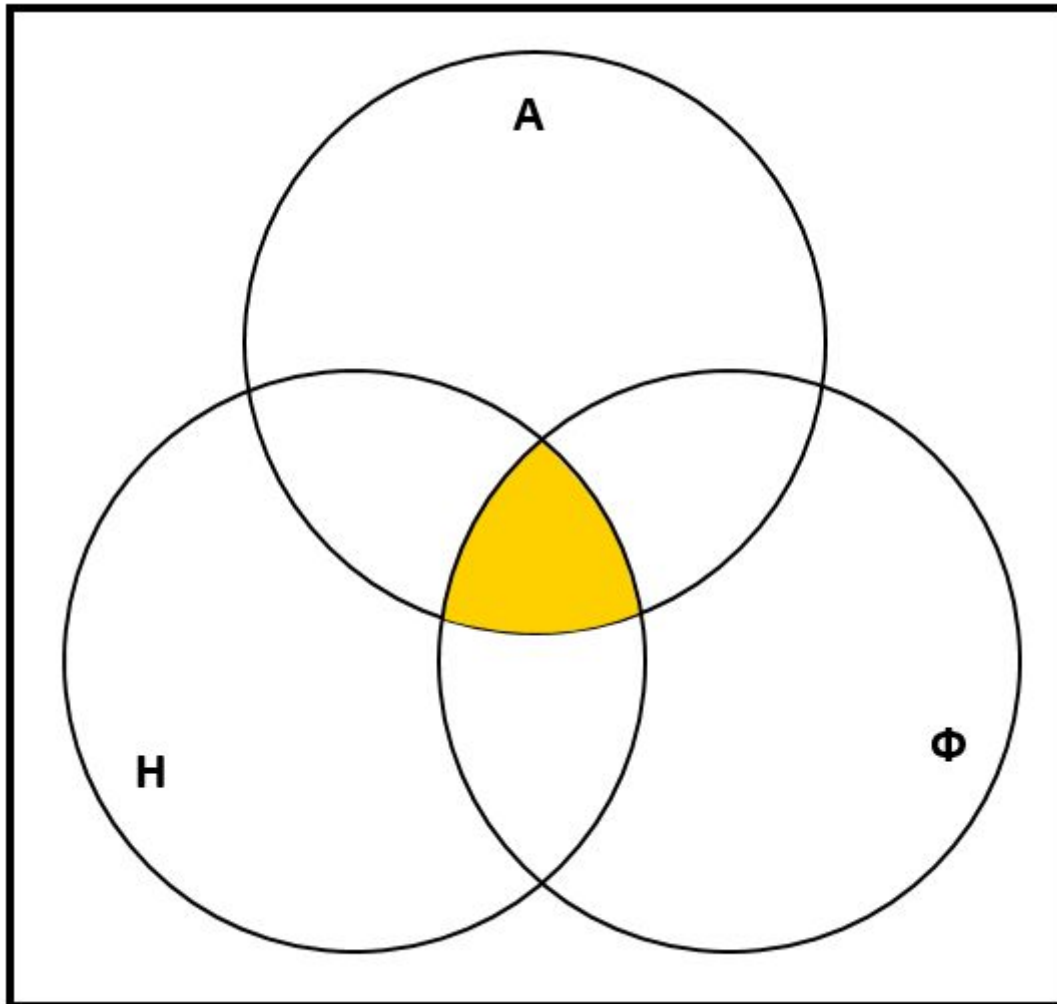
A = Уэльс & Шотландия V Ирландия	B = Уэльс & Шотландия	C = Уэльс & Шотландия & Ирландия	D = Ирландия
			

Видно, что для получения множества D, нужно выполнить следующее:

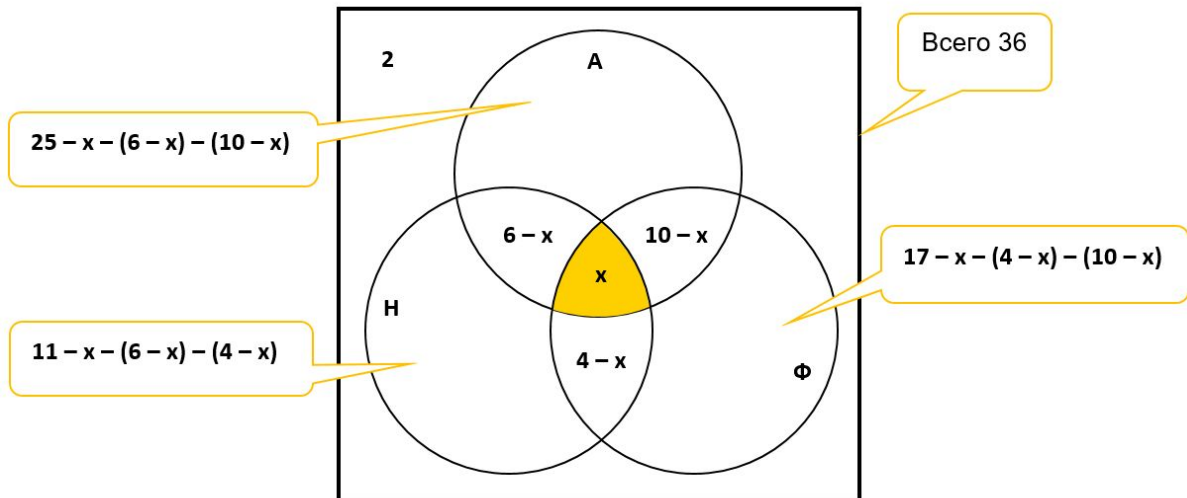
$$D = A - B + C$$

$$D = 450 - 213 + 87 = 324$$

Пример 2. В туристической группе из 36 человек 2 не знают никаких иностранных языков. Английским владеют 25 человек, немецким — 11, французским — 17 человек; и английским, и немецким — 6; и английским, и французским — 10; и немецким, и французским — 4. Сколько человек знают все три языка?



Решение:



$$36 = 2 + (25 - x - (6 - x) - (10 - x)) + (11 - x - (6 - x) - (4 - x)) + (17 - x - (4 - x) - (10 - x)) + x + (4 - x) + (6 - x) + (10 - x)$$

Или после упрощения:

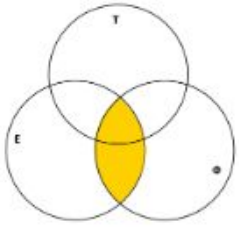
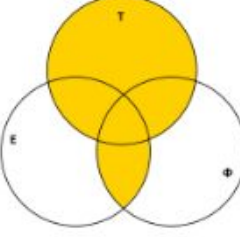
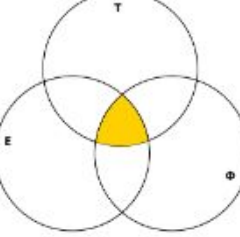
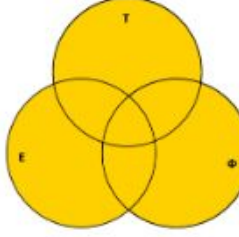
$$36 = 2 + 9 + x + 1 + x + 3 + x + x + (4 - x) + (6 - x) + (10 - x)$$

Отсюда $x = 1$.

Пример 3. Приведены запросы к поисковому серверу. Для каждого запроса указан его код — соответствующая буква от А до Г. Расположите коды запросов слева направо в порядке возрастания количества страниц, которые нашел поисковый сервер по каждому запросу. По всем запросам было найдено разное количество страниц.

Код	Запрос
А	Есенин & Фет
Б	(Есенин & Фет) V Тютчев
В	Есенин & Фет & Тютчев
Г	Есенин V Фет V Тютчев

Изобразим подмножества на диаграмме Эйлера-Венна:

А	Б	В	Г
Есенин & Фет	(Есенин & Фет) ∪ Тютчев	Есенин & Фет & Тютчев	Есенин ∪ Фет ∪ Тютчев
			

Ответ: ВАБГ

4.Задания для тренировки

Решите задачи с использованием диаграмм Эйлера-Венна.

1. В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

Запрос	Найдено страниц (в тысячах)
театр & комедия	315
театр & Москва	225
театр & Москва & комедия	110

Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу **(Москва | комедия) & театр**?

2. В классе учатся 30 учеников. Среди них есть 17 отличников по математике, 10 отличников по физике и 13 – по информатике. Трое являются отличниками по всем предметам, пятеро – по математике и физике, четверо – по физике и информатике, а 6 человек – по математике и информатике. Сколько учеников не являются отличниками ни по одному из этих предметов?

3. Приведены запросы к поисковому серверу. Для каждого запроса указан его код – соответствующая буква от А до Г. Расположите коды запросов слева направо в порядке возрастания количества страниц, которые нашел поисковый сервер по каждому запросу. По всем

запросам было найдено разное количество страниц.

Код	Запрос
А	Солнце V Воздух V Вода
Б	(Солнце & Воздух) V Вода
В	Солнце & (Воздух V Вода)
Г	Солнце & Воздух