Системы счисления с основаниями, являющимися степенью числа 2

Аннотация

На этом занятии мы узнаем особенности систем счисления, у которых основания являются степенью двойки. Научимся прямому переводу из таких систем счисления в двоичную и обратно.

1.Введение

Мы говорили, что современные компьютеры работают на двоичной системе счисления. Однако в информационных технологиях используются также восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления. Например, новая версия интернет протокола IPv6, призванная решить проблему нехватки адресов, состоит из восьми четырехзначных шестнадцатеричных чисел, разделенных двоеточиями.

Устройство восьмеричной системы счисления по аналогии с другими.

Алфавит (коэффициенты): 01234567

Степени 8: 1, 8, 64, 512…

Пример перевода из десятичной в восьмеричную систему счисления:

$$365_{10} = \underbrace{5}_{\substack{\text{Количество}\\ 64}} \cdot 8^2 + \underbrace{5}_{\substack{\text{Количество}\\ 8}} \cdot 8^1 + \underbrace{5}_{\substack{\text{Количество}\\ 1}} \cdot 8^0 = 555_8$$

Устройство шестнадцатеричной системы счисления.

С шестнадцатеричной немного сложнее, поскольку там должно быть 16 цифр, а их всего 10. Остальные записывают в виде латинских букв:

A = 10, B = 11 и т. д. до F = 15.

Алфавит (коэффициенты): 0123456789ABCDEF

Степени 16: 1, 16, 256, 4096…

Пример перевода из десятичной в шестнадцатеричную систему счисления:

$$2019_{10} = \underbrace{7}_{\substack{\text{Количество}\\256}} \cdot 16^2 + \underbrace{E}_{\substack{\text{Количество}\\16}} \cdot 16^1 + \underbrace{3}_{\substack{\text{Количество}\\1}} \cdot 16^0 = 7E3_{16}$$

Прямой перевод между системами счисления.

Часто возникает задача перевести число из восьмеричной или шестнадцатеричной системы в двоичную. Перевод через десятичную долог и труден, придется много считать, увеличивается вероятность ошибки. Но есть способ проще: напрямую в двоичную систему. И работает он потому, что 8 и 16 — это степени 2.

Наибольшая цифра в **восьмеричной системе** — $7_{10} = 111_2$, это значит, что любую цифру из восьмеричной системы мы можем перевести в двоичную, используя не более трех разрядов. Это позволяет быстро переводить восьмеричные числа любой длины в двоичные.

$$5702_8 = \underbrace{101}_{5}\underbrace{111}_{7}\underbrace{000}_{0}\underbrace{010}_{2}{}_2$$

В **шестнадцатеричной системе** наибольшая цифра $15_{10} = 1111_2$, для ее перевода в двоичную систему потребовалось 4 разряда. А значит, все цифры шестнадцатеричной системы мы будем переводить таким же количеством разрядов.

$$AD61E4_{16} = \underbrace{1010}_{\mathrm{A}}\underbrace{1101}_{\mathrm{D}}\underbrace{0110}_{6}\underbrace{0001}_{1}\underbrace{1110}_{\mathrm{E}}\underbrace{0100}_{4}{}_2$$

Точно так же производится и **обратный перевод** — из двоичной в восьмеричную или шестнадцатеричную, нужно только сначала разбить число **с конца!** (почему?) по три (четыре) разряда, а затем перевести полученные числа в десятичную систему счисления:

$$\underbrace{110}_{6}\underbrace{010}_{2}\underbrace{110}_{6}\underbrace{011}_{3}\underbrace{100}_{4}\underbrace{000}_{0}\underbrace{001}_{1}\underbrace{111}_{7}{}_2 = 62634017_8$$

$$\underbrace{1100}_{C}\underbrace{1011}_{B}\underbrace{0011}_{3}\underbrace{1000}_{8}\underbrace{0000}_{0}\underbrace{1111}_{F}{}_2 = CB380F_{16}$$

Подумайте, как устроена система счисления с основанием 4. Попробуйте придумать правило и перевести число между четверичной, двоичной и десятичной системами счисления. Работает?

2.Задания для тренировки

1)Переведите десятичные числа 38, 49, 144, 267, 578 и 1012 в системы счисления с основаниями 4, 8, 16

2)Переведите двоичные числа в системы счисления с основаниями 4, 8, 16:
-100111011101
-1101111000010
-101000110001

3)Переведите числа в двоичную систему счисления:
-$ED012_{16}$
-501273_8
-1032_4

3.Ответьте на вопросы

-Как вы думаете, совпадает ли четность числа в десятичной системе и системе, основание которой является степенью 2? А в десятичной и системе с нечетным основанием? Проведите исследование

-Можно ли распространить правила перевода между восьмеричной и двоичной системами счисления на какие-либо другие основания? На какие? Приведите пример таких правил