Из числа вычли сумму его цифр. Из полученного числа вновь вычли сумму его (полученного числа) цифр, и так делали снова и снова. После одиннадцати таких вычитаний впервые получить нуль. С какого числа начали?

Решение:

Метод последовательного рассуждения
Будем работать методом обратного хода. Если в конце было 2-х или более значное число, то не могло такое быть, что число минус сумма его цифр равна нулю. Например, $10x+y - (x+y)=0$ - не бывает при положительных x,y. И тем более $100x+10y+z-(x+y+z)=99x+9y=0$ - невозможно. Значит, на 11-м шаге число было необходимо однозначное. Значит до этого мы при-шли через $10x+y - (x+y)=z$, где z - число на последнем шаге. $9x=z$; в целых числах до 10 решается единственно $x=1$, $z=9$. $10x+y=10+y$. $99x+9y=10+k$, отсюда $x=0$ и $9y=10+k$, откуда $y=2$ и т.д.
Метод, основанный на свойстве чисел
Разность между числом и суммой его цифр всегда делится на 9. Поэто-му все числа, кроме, возможно, исходного, делятся на 9. Следовательно, 0 получился из 9, число 9 из 18-и, и вообще имеем цепочку
0 <- 9 <- 18 <- 27 <- 36 <- 45 <- 54 <- 63 <- 72 <- 81
Здесь нужно быть внимательным: 81 можно получить как из 90, так и из 99. Но 90 ни из какого числа не получишь! А число 99 получается из 100, из 101, ... , из 109

разность между числом и суммой его цифр всегда делится на 9

xyzkp
x+y+z+k+p
$xyzkp - (x+y+z+k+p)=x*10000 + y*1000+ z*100+k*10 + p - -(x+y+z+k+p)=x*9999 + y*999+ z*99+k*9=9(x*1111 + y*111+ z*11+k)$

0-9-18-27-36-45-54-63-72-81-99-[100.109]
-81-90
-81-99-[100,109]

0
-
9
-
18
-
27
-
36
-
45
-
54
-
63
-
72
-
81
-
99
-
100,101,...109