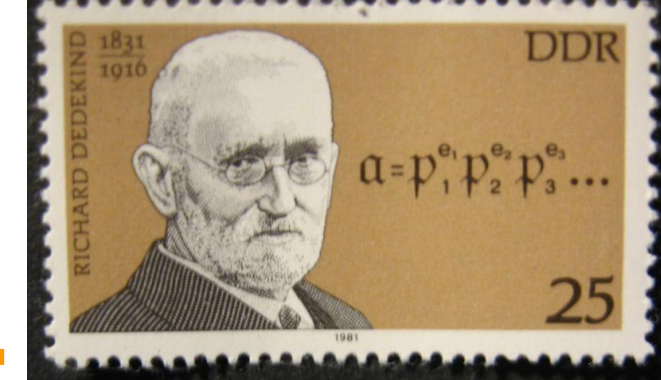
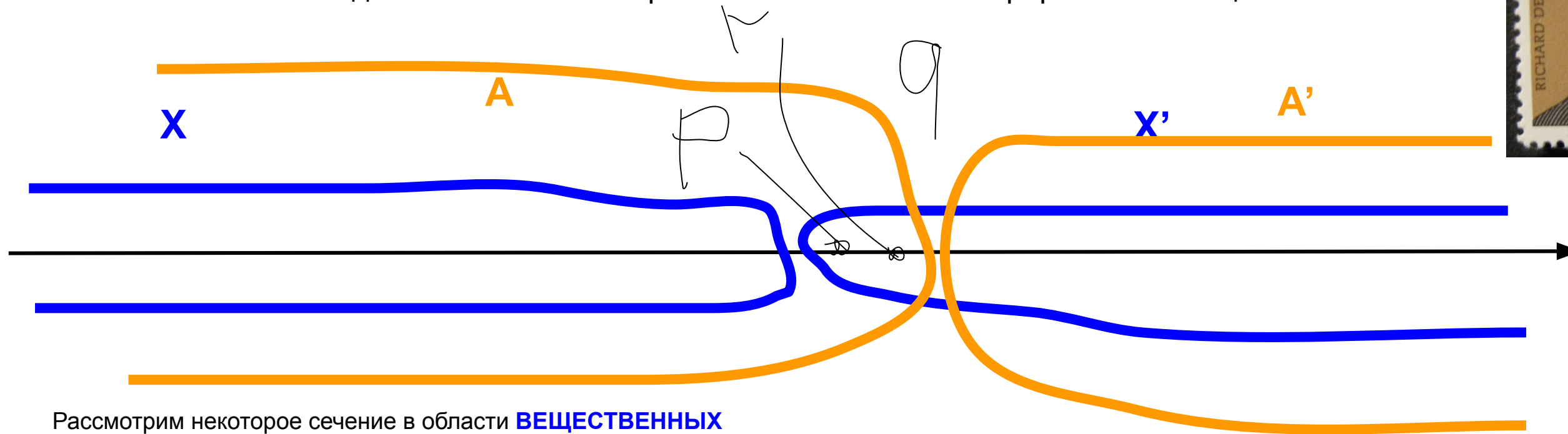


ТЕОРЕМА ДЕДЕКИНДА - любое сечение **среди вещественных чисел** имеет либо наибольший, либо наименьший элемент в одном из классов. Теорема о полноте или о непрерывности вещественных чисел



Рассмотрим некоторое сечение в области **ВЕЩЕСТВЕННЫХ** чисел, это значит что все вещественные числа разбились на 2 класса X и X', причем

- 1)любой элемент из X меньше любого элемента из X'
- 2)любой элемент из X' больше любого элемента из X
- 3)любое вещественное число попало либо в X, либо в X'

Построим дополнительно сечение в области **РАЦИОНАЛЬНЫХ** чисел, так что в верхний класс A' попадут все рац числа из X', в нижний класс A попадут все рац числа из X.

Согласно определению вещ чисел рац сечение (A/A') определяет собой вещественное число q. Это q по-любому попадет либо в X, либо в X'

Для определенности предположим, что q попадет в верхний класс, тогда докажем, что это q будет наименьшим в верхнем классе X'

от противного, пусть q - не наименьшее вещ число в верхнем классе X'. Тогда есть меньшее число p. По предудещему св-ву (рациональная плотность вещ чисел) между q и p найдется рациональное число g. Что мы про него знаем?

1)Вот это g по определению класса A' (который состоит из всех рац чисел X') лежит в A'

2)Но с другой стороны g будет лежать в A, потому что g меньше, чем число q, определяемое рац сечением (A/A')

из 1) и 2) => противоречие, потому что g может лежать только в одном из рац классов A или A' по определению рационального сечения => теорема Дедекинда доказана, мы нашли наименьший элемент в верхнем классе во время **ВЕЩЕСТВЕННОГО** сечения