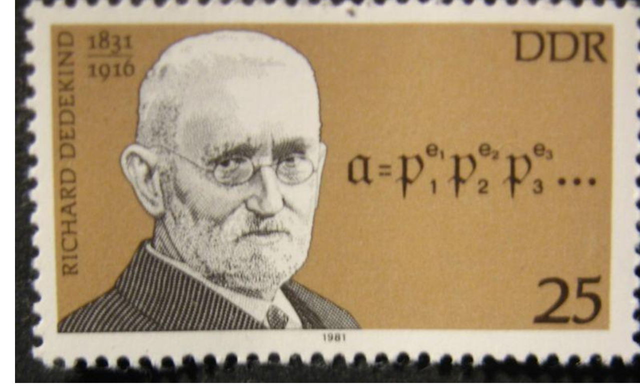
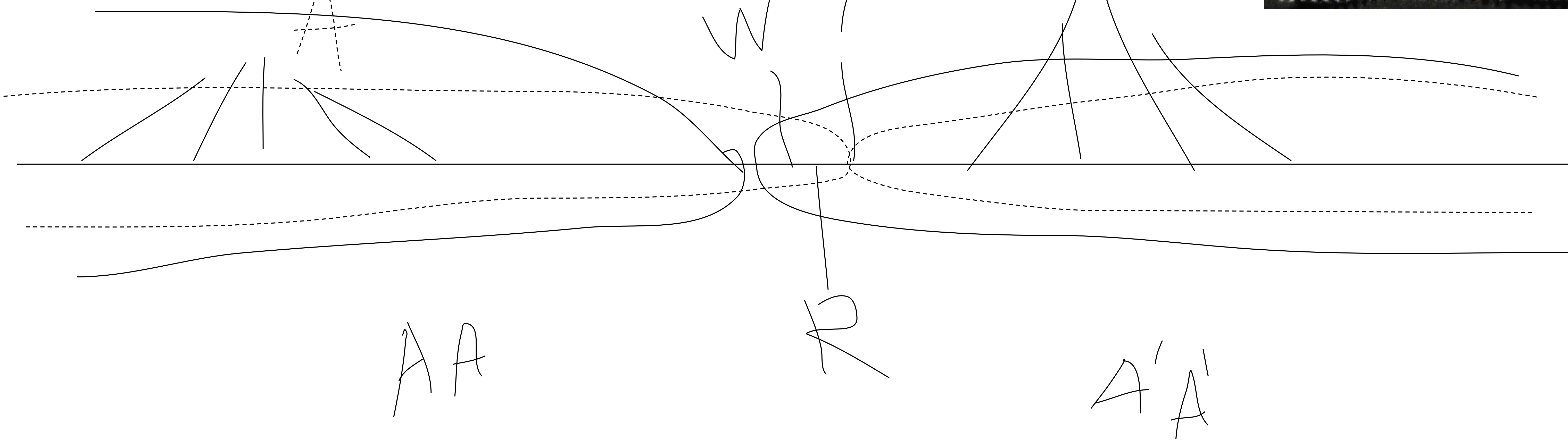
ТЕОРЕМА ДЕДЕКИНДА - любое сечение **среди вещественных чисел** имеет либо наибольший, либо наименьший элемент в одном из классов. Теорема о полноте или о непрерывности вещественных чисел



Определение дедекиндовых сечений не среди рациональных, а среди ВСЕХ ВЕЩЕСТВЕННЫХ
все вещественные числа мы разбиваем на 2 класса АА и А'А'

1. Любое вещ число попадает либо в АА, либо в А'А'
2. Любое вещ число из класса АА меньше любого вещ числа из класса А'А'



будем искать наименьший в верхнем вещ классе А'А', а если не сможет найти => то мы обязаны доказать, что найдется наибольший в нижнем

построим на базе сечения в области вещ чисел АА|А'А' сечение в области рациональных чисел А|А' по следующему правилу: возьмем в класс А все рац числа из множества АА, а в класс А' все рациональные числа из множества А'А'.
это новое сечение А|А' само по себе порождает пограничное число Y (это число либо рациональным, если оно наибольшее или наименьшее в А или А', либо оно будет иррациональным). Пусть Y лежит в А'А', проверим является ли Y наименьшим в А'А'? Пусть не является, тогда найдется вещ число W меньшее Y из множества А'А'. Тогда по ранее доказанной теореме между вещественными числами Y и W найдется РАЦИОНАЛЬНОЕ число R, которое обязано так же лежать в А'А' => значит R обязано входить в просто А', т.к. туда входят все рац числа из А'А'. Но с другой стороны R не может входить в А', т.к. R лежит левее пограничного Y между А и А'.=> противоречие=> Y - наименьший в А'А'=> теорема Дедекинда доказана.