

Покажите, что сколько бы членов суммы мы ни взяли - мы никогда не перевалим через 2-ку

$$a) 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$$

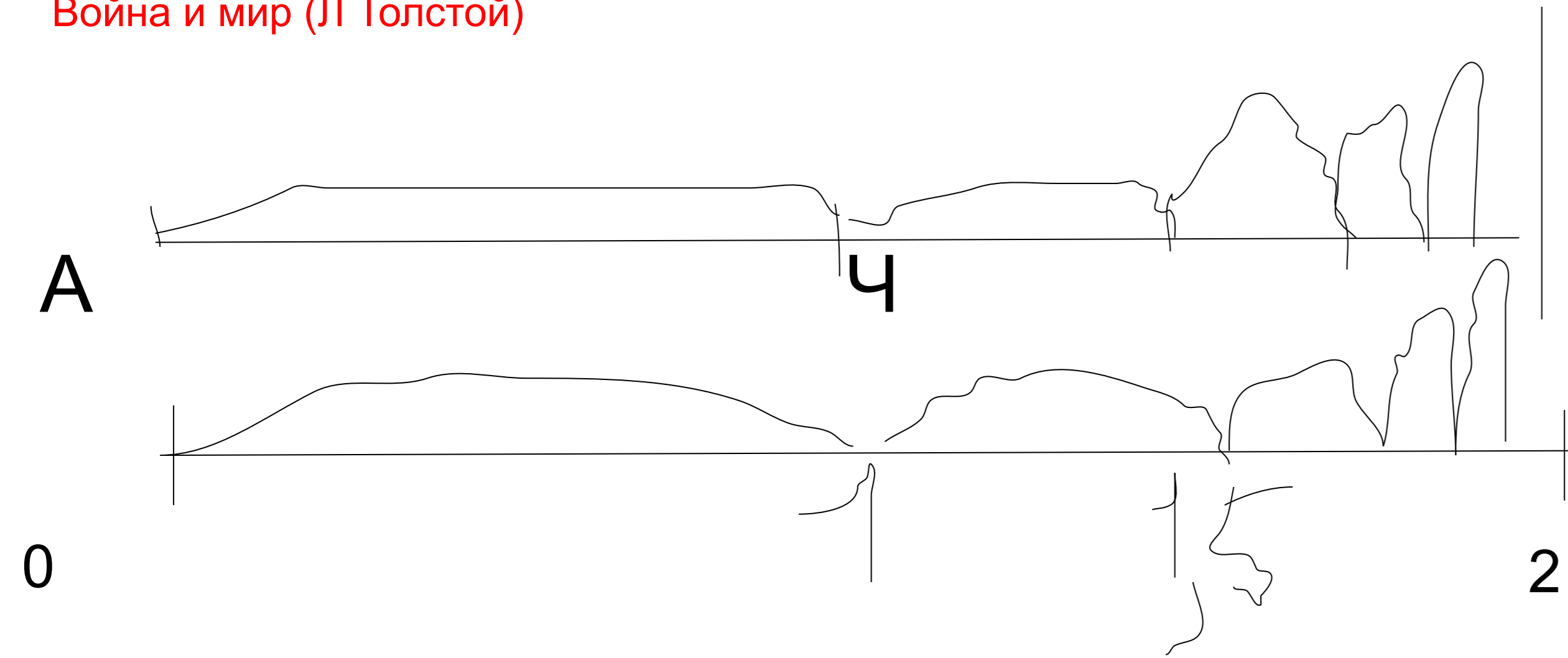
Как вы думаете, может ли указанная сумма превысит 1000000 при достаточно большом количестве слагаемых? А 1000000000?

$$b) 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{n} + \dots = \log_e(n) + \text{const} = \log_e(n) + 0,57$$



Ахилесс пытался догнать черепаху (между ними 1 км)  
Каждый раз, когда Ахилесс проходил до того места, где была черепаха раньше - черепаха за это время уползала от Ахилесса на половину того, что он прошел

Война и мир (Л Толстой)

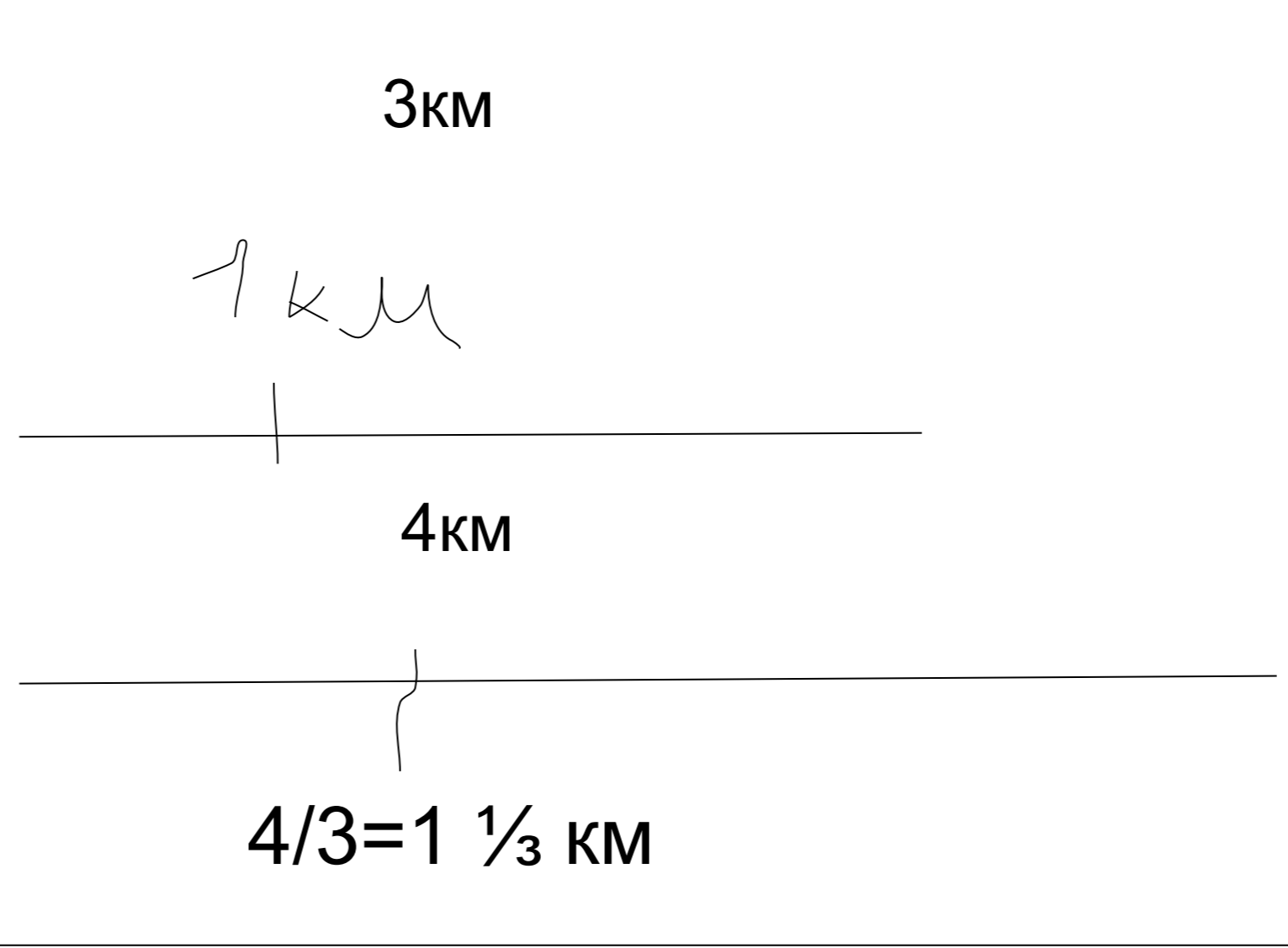


Количество простых чисел, меньших числа n

$$n/\ln(n)$$

1 км

ПИ=3.14



- 1)конец 1 сек  
 $1/100000$  от длины шнура  
Длина шнура 1 км
- 2)начало 2 сек  
 $1/100000$  от длины шнура  
Длина шнура 2 км
- 3)конец 2 сек  
 $1/100000 + 1/200000$   
Длина шнура 2 км
- 4)начало 3 сек  
 $1/100000 + 1/200000$   
Длина шнура 3 км
- 5)конец 3 сек  
 $1/100000 + 1/200000 + 1/300000$   
Длина шнура 3 км
- 6)начало 4 сек  
 $1/100000 + 1/200000 + 1/300000$   
Длина шнура 4 км

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \dots + \frac{1}{n} > 3/2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots$$

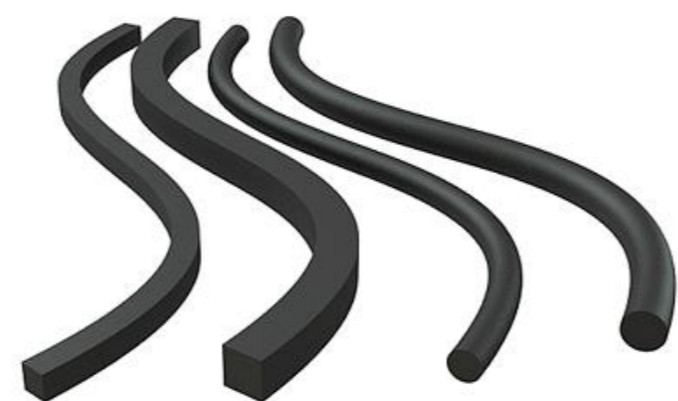
$$1 + \frac{1}{2} = 3/2$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} > \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 2/4 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} > \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 4/8 = \frac{1}{2}$$

$$1/9 + 1/10 + 1/11 + 1/12 + 1/13 + \frac{1}{4} + 1/15 + 1/16 > 1/16 + 1/16 + 1/16 + 1/16 + 1/16 + 1/16 + 1/16 + 1/16 = 8/16 = 1/2$$

Вы держите один конец резинового шнура длиной 1 км. От второго его конца, который закреплен, к вам со скоростью 1 см/с ползет жук. Каждый раз, как только он проползает 1 см, вы удлиняете резинку на 1 км. Доползет ли жук до вашей руки? Если да, то оцените сколько ему потребуется времени?



$$\begin{aligned} & 1/100000 + 1/200000 + 1/300000 + 1/400000 + 1/500000 + \dots = \\ & = 1/1 * 1/100000 + 1/2 * 1/100000 + 1/3 * 1/100000 + 1/4 * 1/100000 + 1/5 * 1/100000 + \dots = \\ & = 1/100000 (1/1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 + \dots) \text{ улитка доползет} \end{aligned}$$

$$1/100000 (1/1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 + \dots + 1/n) = 1$$

$$1/100000 (\ln(n)) = 1$$

$$\ln(n) = 100000$$

$$\begin{aligned} n &= e^{100000} (e=2.71) > 2^{100000} = (2^{10})^{10000} > (10^3)^{10000} = 10^{30000} \text{с} = \\ &= [1 \text{ год} = 31000000 \text{с}] = 10^{30000} / 31000000 = 10^{30000} / 30000000 = 10^{30000} / 3 * 10^7 = \\ &= 10^{29993} / 3 = 10 * 10^{29992} / 3 = 3 * 10^{29992} \text{ лет} \end{aligned}$$