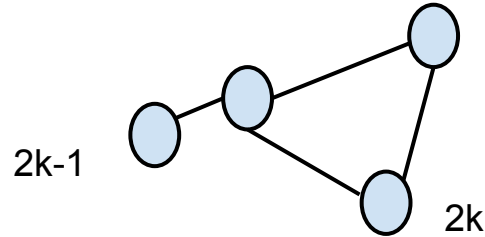


## Лемма о рукопожатиях

Каждый из людей, когда-либо живших на Земле, сделал определенное число рукопожатий. Докажите, что число людей, сделавших нечетное число рукопожатий, четно

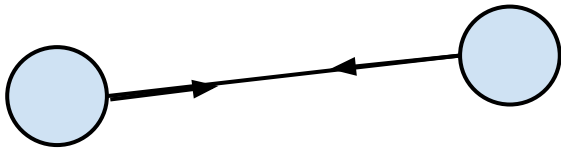
граф - это фигура из рёбер и вершин,  
для которой важно только кто с кем  
соединён



доказать, что количество вершин графа,  
из которых выходит нечётное  
количество рёбер - четно

есть люди сделавшие чётное число  
рукопожатий  $a_1, a_2, \dots, a_t$  (количества  
рукопожатий)

есть люди сделавшие нечётное число  
рукопожатий  $b_1, b_2, \dots, b_k$  (количества  
рукопожатий)



$$a_1 + a_2 + \dots + a_t = 2p$$
$$b_1 + b_2 + \dots + b_k = ?$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_t + b_1 + b_2 + \dots + b_k = 2w$$
$$2p + b_1 + b_2 + \dots + b_k = 2w$$

$$b_1 + b_2 + \dots + b_k = 2(w - p) \quad \text{кол-во } b\text{-к чётное}$$

$X$  - число людей, сделавших нечётное число  
рукопожатий  
 $Y$  - число людей, сделавших чётное число  
рукопожатий

Док-ть надо:  $X$  - чётно

Док-во:

сумма рукопожатий всех людей, сделавших чётное  
число рукопожатий  
 $y_1 + y_2 + \dots + y_Y = \text{чёт} + \text{чёт} + \dots + \text{чёт} = \text{чёт}$

сумма рукопожатий всех людей, сделавших нечётное  
число рукопожатий  
 $x_1 + x_2 + \dots + x_X = \text{нечёт} + \text{нечёт} + \dots + \text{нечёт} = ?$

2-е суммы вместе:

$[y_1 + y_2 + \dots + y_Y] + [x_1 + x_2 + \dots + x_X] = \text{количество}$   
чётное всех рукопожатий вообще

$\text{ЧЁТ} + [x_1 + x_2 + \dots + x_X] = \text{ЧЁТ} \Rightarrow [x_1 + x_2 + \dots + x_X] = \text{ЧЁТ}$

$1 + 5 + 3 + 7 + 9 + 11 = \text{надо взять чётное количество}$

