

Докажите, что бесконечная десятичная дробь
 $0,123456789101112131415161718192021\dots$
(после запятой выписываются подряд все натуральные числа)
- непериодическая.

От противного :

Пусть дробь-периодическая, а значит, что где-то начнется период.

Период состоит из конечного определенных цифр.

Период не может состоять из одной конкретной цифры: потому что у нас идут подряд числа, а каждое число - это предыдущие число +1, а значит подряд одинаковые цифры идти не могут.

Пусть длина периода - конкретное число x и есть предпериод с количеством цифр y , а значит в нем x неодинаковых, подряд идущих цифр.

Раз чисел идет бесконечно много, то в конце концов у нас появится цепочка из 1, которая по кол-ву цифр будет в несколько раз больше, чем x , а раз x состоит из различных цифр, то он не сможет собой покрыть участок из единиц так, чтобы там были не только единицы

1
11
111
1111
11111
11112

$0,987123123123123123\dots$



$0,987(123)$