

36. Ответ: да, найдётся.

Рассмотрим страну, карта которой изображена на рис. 35 (точки — города, отрезки — дороги). Покажем, что второй армии всегда удастся захватить хотя бы два города A_i . Действительно, если первая армия первым ходом занимает город на одной из «веток», вторая армия должна занять соответствующий этой «ветке» город A_i ; если первая армия занимает A_i , то вторая — B_i ; если первая выбирает город B_i , то вторая — один из городов A_j , соединённый дорогой с B_i . Дальнейшие действия очевидны.

Итак, после прекращения боевых действий вторая армия занимает хотя бы два города A_i , а значит, и две соответствующие «ветки», и город B_j между занятыми городами A_i , всего по крайней

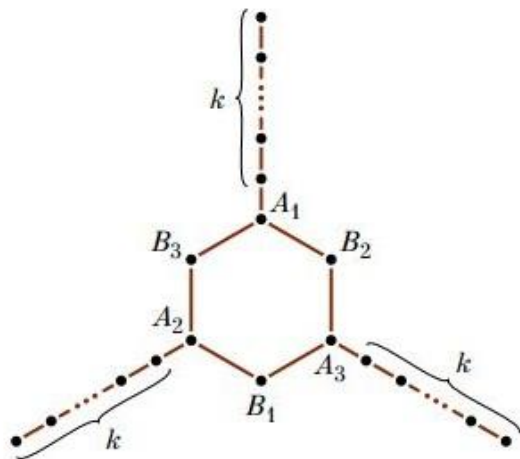


Рис. 35

мере $2k+3$ городов. Поэтому доля городов, захваченных второй армией, не менее $\frac{2k+3}{3k+6}$. Уже при $k=1$ это число больше $\frac{1}{2}$. Заметим,

что в условии задачи вместо доли $\frac{1}{2}$ можно взять любое число $\alpha < \frac{2}{3}$,

поскольку $\frac{2k+3}{3k+6} > \alpha$ при достаточно больших k .



В игре <Десант> две армии захватывают страну. Они ходят по очереди, каждым ходом занимая один из свободных городов. Первый свой город армия захватывает с воздуха, а каждым следующим ходом она может захватить любой город, соединённый дорогой с каким-нибудь уже занятым этой армией городом. Если таких городов нет, армия прекращает свои боевые действия (при этом, возможно, другая армия свои действия продолжает). Найдётся ли такая схема городов и дорог, что армия, ходящая второй, сможет захватить более половины всех городов, как бы ни действовала первая армия? (Число городов конечно, каждая дорога соединяет ровно два города.)