

Коротышки, живущие в Цветочном городе, вдруг стали болеть гриппом. В один день несколько коротышек простудились и заболели, и хотя потом уже никто не простужался, здоровые коротышки заболевали, навещая своих больных друзей. Известно, что каждый коротышка болеет гриппом ровно день, причём после этого у него по крайней мере ещё один день есть иммунитет — т. е. он здоров и заболеть опять в этот день не может. Несмотря на эпидемию, каждый здоровый коротышка ежедневно навещает своих больных друзей. Когда началась эпидемия, коротышки забыли о прививках и не делают их. Докажите, что а) если за день до эпидемии какие-нибудь коротышки сделали прививку и имели в первый день иммунитет, то эпидемия может продолжаться сколь угодно долго; б) если же в первый день иммунитета ни у кого не было, то эпидемия рано или поздно кончится.



**37.** а) Эпидемия не кончится, если для трёх друзей  $A$ ,  $B$ ,  $C$  в первый день у  $A$  иммунитет после прививки,  $B$  болен, а  $C$  здоров.

б) Рассмотрим граф, вершины которого соответствуют коротышкам, а любые два друга соединены рёбрами. Назовём расстоянием между вершинами графа (коротышками) наименьшее количество рёбер в соединяющей их цепочке. Пусть несколько коротышек заболели в первый день (очаг эпидемии). Тогда на следующий день заболеют коротышки, находящиеся на расстоянии 1 от очага, во второй — на расстоянии 2 и только они и т. д. Дело в том, что в  $n$ -й день у коротышек, находящихся на расстоянии  $n-1$  от очага, иммунитет, и это означает, что волна эпидемии будет распространяться всё дальше от очага, и всё новые и новые коротышки будут заболевать. Но коротышек конечное число. Поэтому в какой-то момент все переболеют по разу и эпидемия закончится.