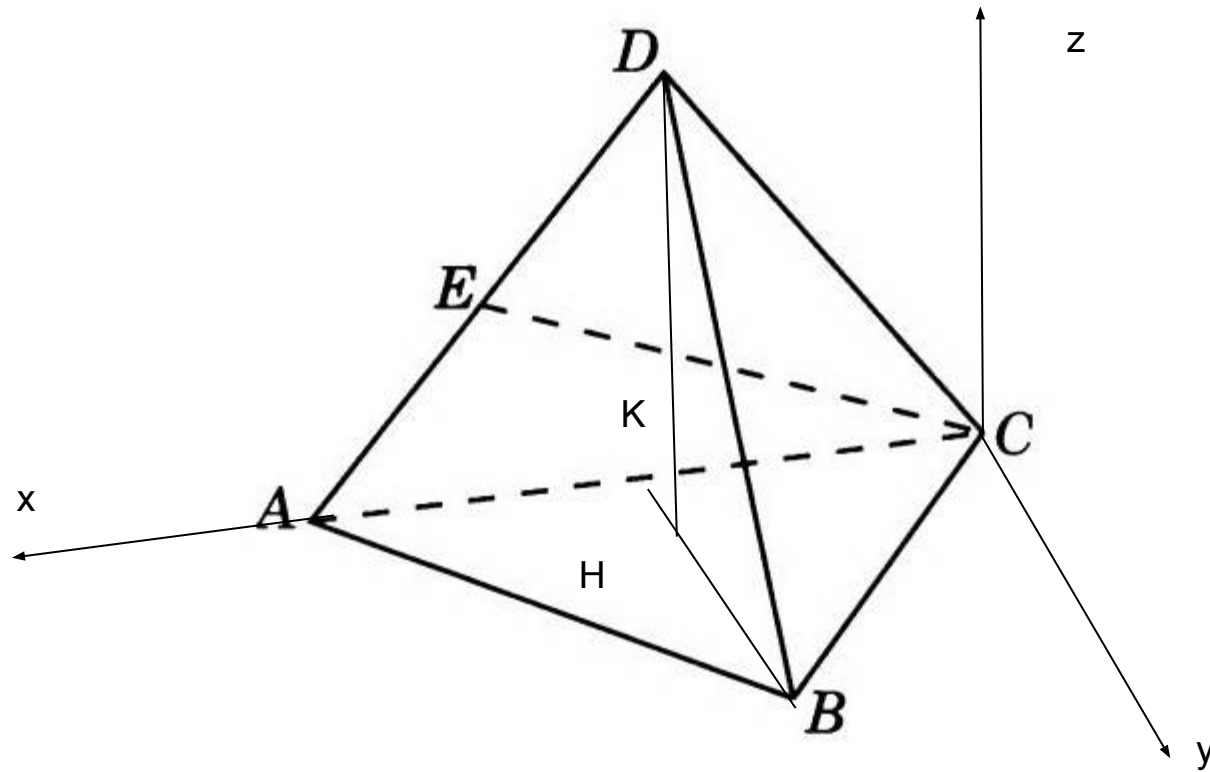
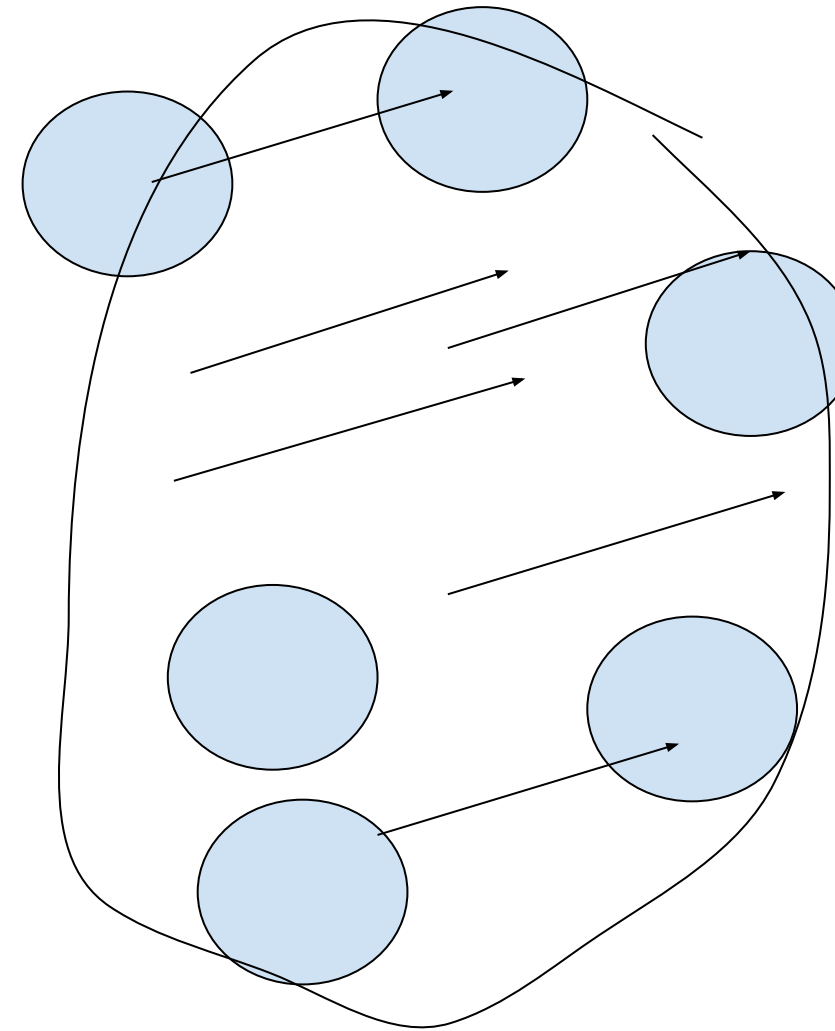


В правильном тетраэдре $ABCD$ точка E — середина ребра AD .
 Найдите косинус угла между прямыми AB и CE .



вектор - это кратчайший
 путь между 2-мя точками
 (причем путь имеющий
 направление)



$$\begin{aligned}
 CB &= 1; CK = \frac{1}{2} \\
 KB &= \sqrt{1^2 - 1/4} = \sqrt{3}/2 \\
 B &(\frac{1}{2}, \sqrt{3}/2, 0) \\
 C &(0, 0, 0) \\
 A &(1, 0, 0) \\
 KH &= 1/3BK = \sqrt{3}/2 * 1/3 = \sqrt{3}/6 \\
 BH &= 2/3 * \sqrt{3}/2 = \sqrt{3}/3 \\
 DH &= \sqrt{1 - 1/3} = \sqrt{2}/\sqrt{3} = \sqrt{6}/3 \\
 D &(\frac{1}{2}, \sqrt{3}/6, \sqrt{6}/3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E(x, y, z) &= (A(1, 0, 0) + D(\frac{1}{2}, \sqrt{3}/6, \sqrt{6}/3)) / 2 = \\
 &= (3/2, \sqrt{3}/6, \sqrt{6}/3) / 2 = (\frac{3}{4}, \sqrt{3}/12, \sqrt{6}/6) \\
 (AB, CE) &= |AB| * |CE| * \cos(AB, CE) \\
 AB &\{-\frac{1}{2}, \sqrt{3}/2, 0\} \\
 CE &\{\frac{3}{4}, \sqrt{3}/12, \sqrt{6}/6\} \\
 (AB, CE) &= -\frac{1}{2} * \frac{3}{4} + \sqrt{3}/2 * \sqrt{3}/12 + 0 * \sqrt{6}/6 = \\
 &= -\frac{3}{8} + \frac{3}{24} = -\frac{9}{24} + \frac{3}{24} = -\frac{6}{24} = -\frac{1}{4} \\
 |AB| &= \sqrt{(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + 0)} = 1 \\
 |CE| &= \sqrt{(9/16 + 3/144 + 6/36)} = \\
 &= \sqrt{(81 + 3 + 24) / 144} = \sqrt{(108/144)} = \\
 &= \sqrt{108/12} = 2\sqrt{27/12} = 6\sqrt{3}/12 = \sqrt{3}/2 \\
 \cos(AB, CE) &= (AB, CE) / |AB| * |CE| = \\
 &= -\frac{1}{4} / \sqrt{3}/2 = -\frac{2}{4\sqrt{3}} = -\frac{1}{2\sqrt{3}} = -\sqrt{3}/6 \\
 OTV: &\sqrt{3}/6
 \end{aligned}$$