

Доказать единственность точной верхней грани

Число C является верхней гранью множества A , если выполняются два условия

- а) для любого $x \in A$ верно $x \leq C$
 - б) для любого $C' < C$, для которого найдется $x \in A$: $x > C'$
- б) чтобы понять что C является наименьшей верхней границей мы пытаемся найти кого-то пониже, чем C . И если не найдем - это будет значить, что C - наименьшая.

пусть любое число $C' < C$ кандидат в более маленькую грань, тогда если для этого кандидата найдется элемент x множества A , которые превзойдете кандидата - то кандидат не годится

сколь мало бы ни отступило от C вправо - все кандидаты на точную верхнюю грань обломаются за счет того, что их обломает какой-то элемент x (свой для каждого кандидата)

Пусть существует две точных верхних грани для множества A (Q, P). $Q > P$

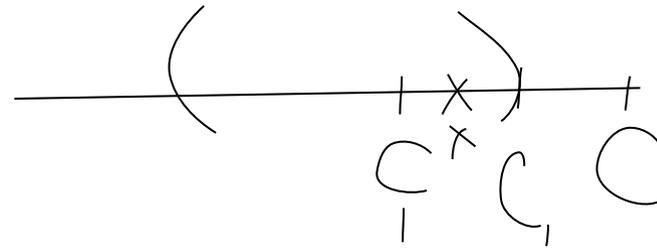
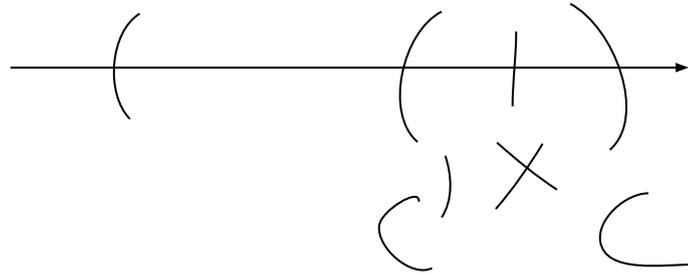
для Q :

- а) для любого $x \in A$ верно $x \leq Q$
- б) для любого $Q' < Q$, для которого найдется $x \in A$: $x > Q'$

для P :

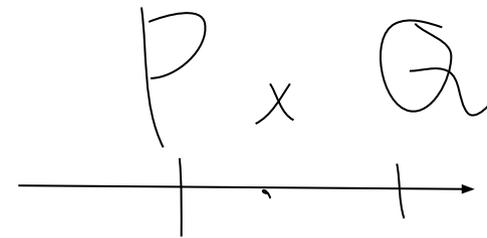
- а) для любого $x \in A$ верно $x \leq P$
- б) для любого $P' < P$, для которого найдется $x \in A$: $x > P'$

$$A = [0; 1)$$



Для Q в свойстве б) возьмем $Q' = P$, так как $Q > P$. Значит найдем $x \in A$ $> P$

Для P в свойстве а) любой $x \in A \leq P$



\Rightarrow Противоречие, значит единственная точная грань