

## Доказать единственность точной верхней грани

Число  $C$  является верхней гранью множества  $A$ , если выполняются два условия

- а) для любого  $x \in A$  верно  $x \leq C$
  - б) для любого  $C' < C$ , для которого найдется  $x \in A$ :  $x > C'$
- б) чтобы понять что  $C$  является наименьшей верхней границей мы пытаемся найти кого-то пониже, чем  $C$ . И если не найдем - это будет значить, что  $C$  - наименьшая.

пусть любое число  $C' < C$  кандидат в более маленькую грань, тогда если для этого кандидата найдется элемент  $x$  множества  $A$ , которые превзойдете кандидата - то кандидат не годится

сколь мало бы ни отступило от  $C$  вправо - все кандидаты на точную верхнюю грань обломаются за счет того, что их обломает какой-то элемент  $x$  (свой для каждого кандидата)

Пусть существует две точных верхних грани для множества  $A$  ( $Q, P$ ).  $Q > P$

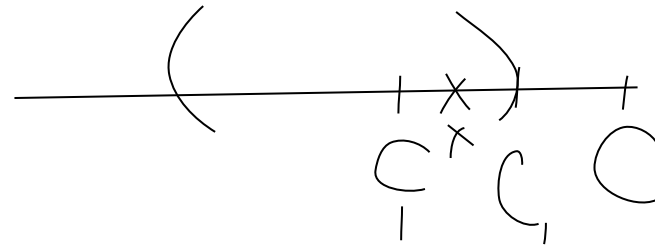
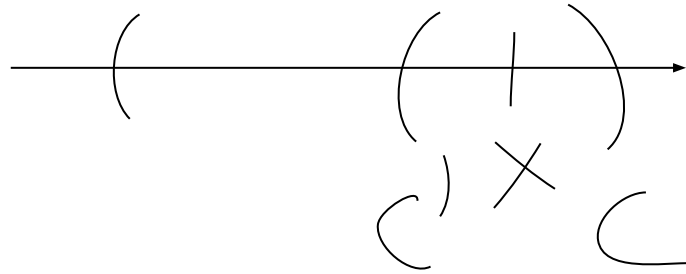
для  $Q$ :

- а) для любого  $x \in A$  верно  $x \leq Q$
- б) для любого  $Q' < Q$ , для которого найдется  $x \in A$ :  $x > Q'$

для  $P$ :

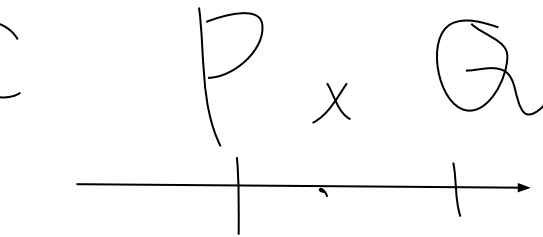
- а) для любого  $x \in A$  верно  $x \leq P$
- б) для любого  $P' < P$ , для которого найдется  $x \in A$ :  $x > P'$

$$A = [0; 1)$$



Для  $Q$  в свойстве б) возьмем  $Q' = P$ , так как  $Q > P$ . Значит найдем  $x \in A$   $> P$

Для  $P$  в свойстве а) любой  $x \in A \leq P$



$\Rightarrow$  Противоречие, значит единственная точная грань