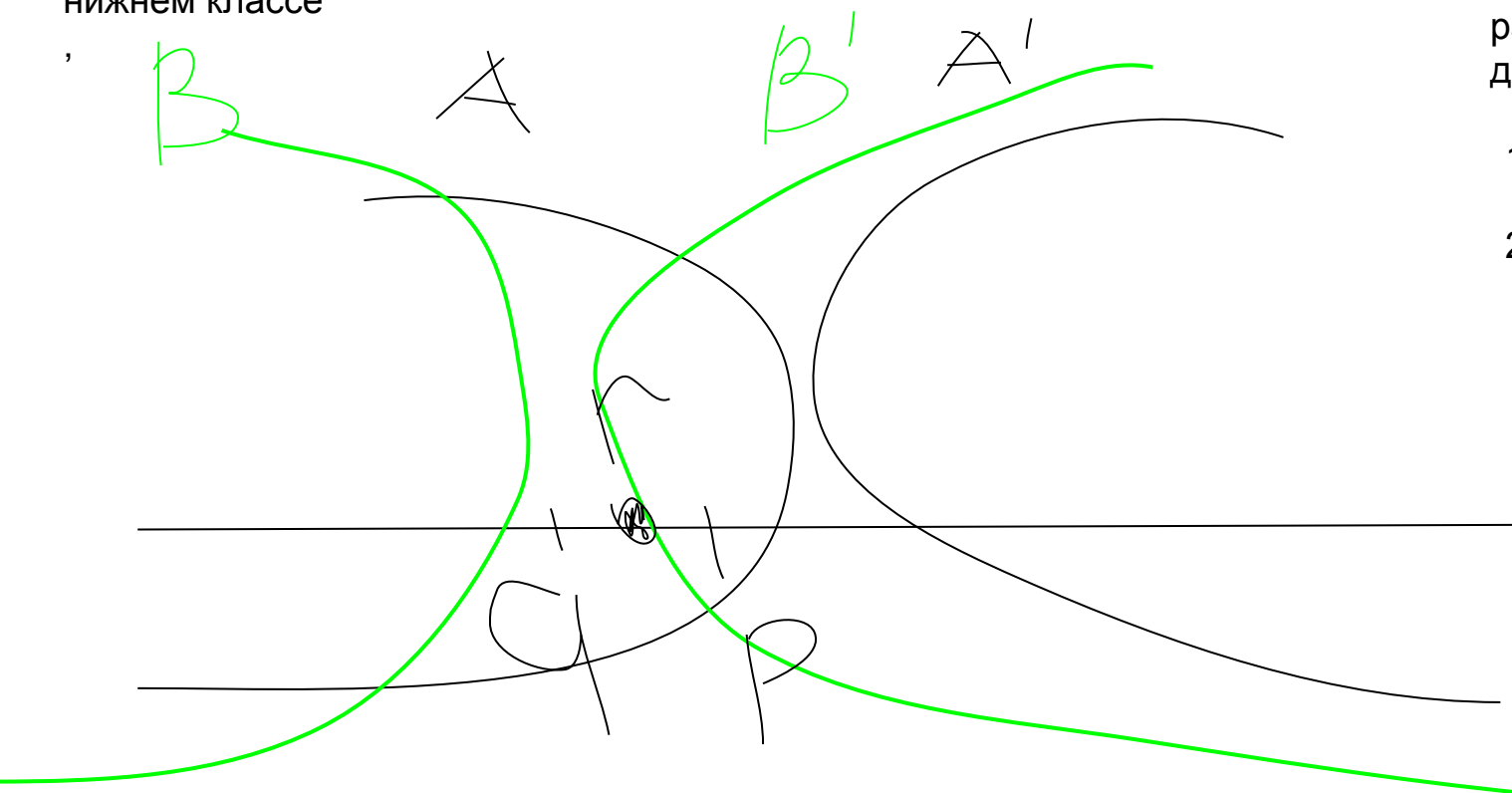


Доказать, любое сечение в области ВЕЩЕСТВЕННЫХ чисел имеет либо наименьшее число в верхнем классе, либо наибольшее число в нижнем классе



Вещественное сечение - это разбиение вещественных чисел на два множества A и A' .

- 1) Любой элемент мн. A меньше любого элемента мн. A' .
- 2) Все вещ. числа входят либо в A , либо в A' .

Доказательство

1. Построим сечение в области рац. чисел, так что в мн B попадают все рациональные числа мн A и в мн B' попадают все рациональные числа мн A' .

Согласно определению вещественных чисел через рац сечения, рац сечение (B, B') создает вещественное число q . q лежит либо в A , либо в A' . Для определенности будем считать что q попало в A . Тогда докажем, что q будет наибольшим числом A .

Пусть q не наибольшее в A , тогда найдется большее число r в мн A . По свойству рациональной плотности вещ чисел найдется рациональное число g между двумя вещ числами q и r . Это рац число будет входить в множество A и $g > q$. Значит оно лежит в мн B' . С другой стороны все рациональные числа мн A должны лежать в мн B , в этом и есть противоречие.