Доказать, что любое ограниченное сверху множество имеет sup

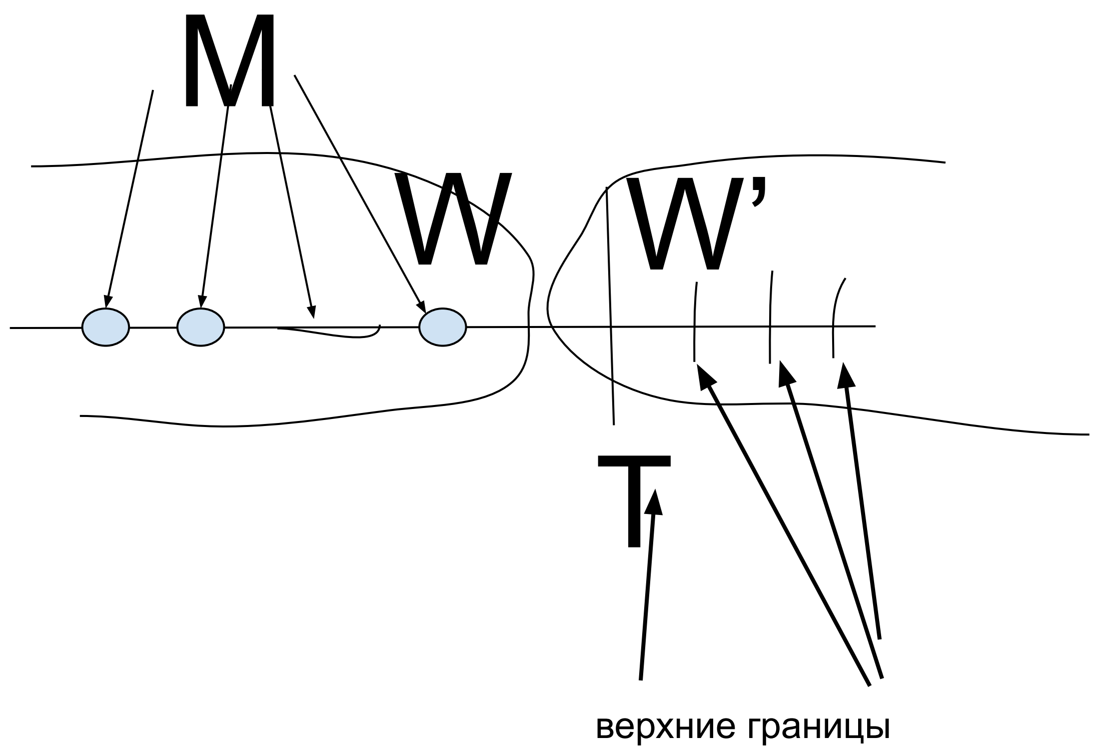
мн-во M ограничено сверху, если
Существует такое T, что для любого элемента x из M => x<=T

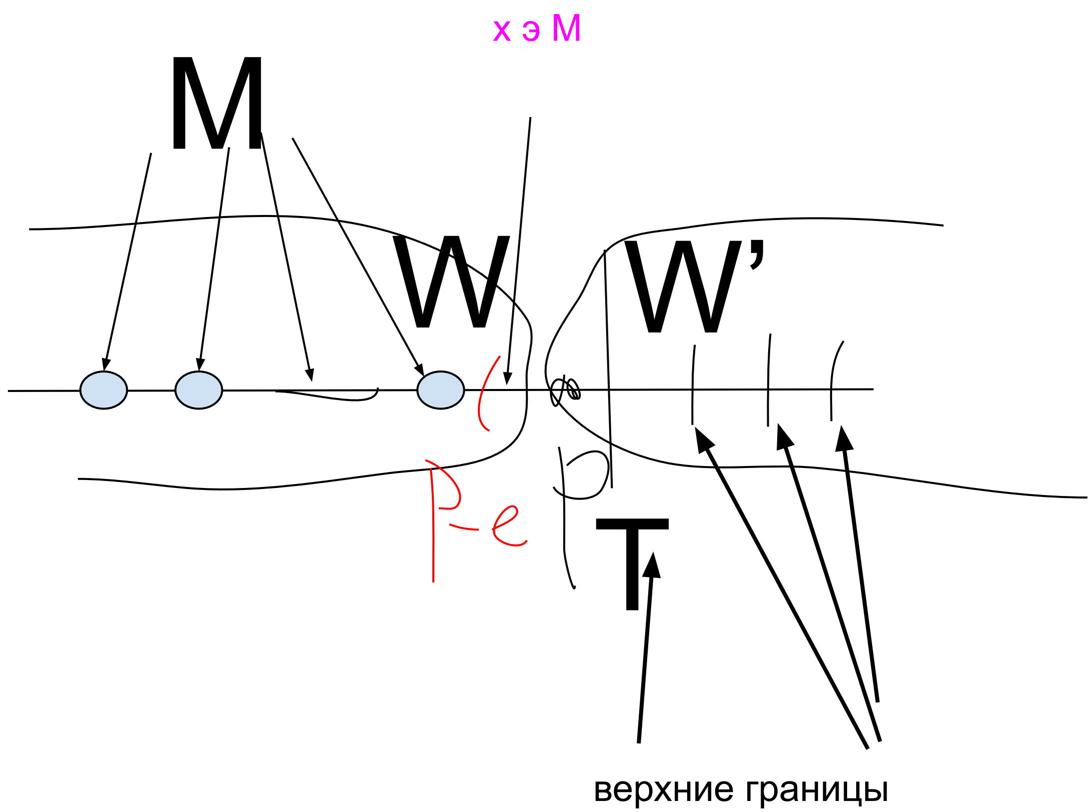
Считается, что в множестве M нет наибольшего элемента, тогда построим вещественное сечение таким образом, что в верхних класс W’ попадут все границы множества M, а все остальные числа попадут в нижний класс W.
По теореме Дедекинда либо в W есть наибольший элемент q, либо в W’ есть наименьший p.
Пусть в W есть наибольший элемент q, тогда q больше всех чисел из мн M, а значит q является верхней гранью для мн M, а значит он должен лежать в W’ -> противоречие.

Тогда есть наименьший элемент p в мн M’ и он будет sup мн M
1)св-во точной верхней грани очевидно
2)для любого e>0 найдется такой элемент x э M => x>p - e

любой отступ от p вправо на e обрушит нас в нижний класс W.
Докажем, что найдется xэM => x>p - e

от противного : если такой x не найдется, значит p-e будет верхней гранью для мн M=> p-e должно лежать в классе W’ => противоречие с тем, что оно попало в W => а значит такой x найдется => верно 2) св-во точной верхней грани





НЕПРАВИЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ!!!
мн-во M ограничено сверху, если
для любого элемента x из M существует такое T, что => x<=T