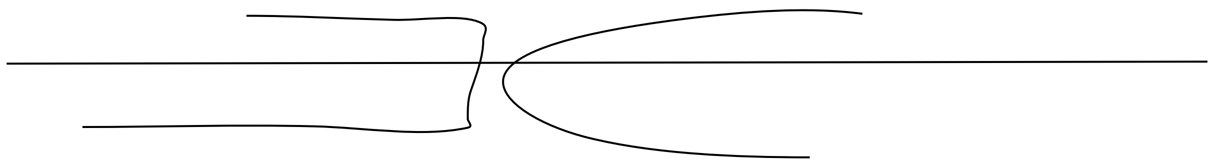
Какие бывают дедекиндовы сечения? 2 вида



Дедекиндово сечение на множестве рациональных это разделение множества рациональных чисел на 2 подмножества A и B, так что
любой элемент из подмножества A меньше любого элемента из подмножества B.

Дедекиндово сечение на множестве вещественных это разделение множества вещественных чисел на 2 подмножества A и B, так что
любой элемент из подмножества A меньше любого элемента из подмножества B.

На кой черт они нужны?

зачем нужны рациональные сечения

Чтобы доказать лемму о рациональной плотности вещественных чисел. (Между двумя вещественными числами обязательно найдется рациональное число)

зачем нужны вещественные
Для доказательства теоремы Дедекинда. Теорема Дедекинда говорит о том, что любое сечение среди вещественных чисел имеет наибольший элемент в нижнем классе или наименьший элемент в верхнем классе.

Зачем нужна теорема Дедекинда?

ограниченное сверху множество имеет точную верхнюю грань
1) Если у множества есть наибольший элемент
2) Если у множества нет наибольшего элемента, тогда это доказывается через теорему Дедекинда

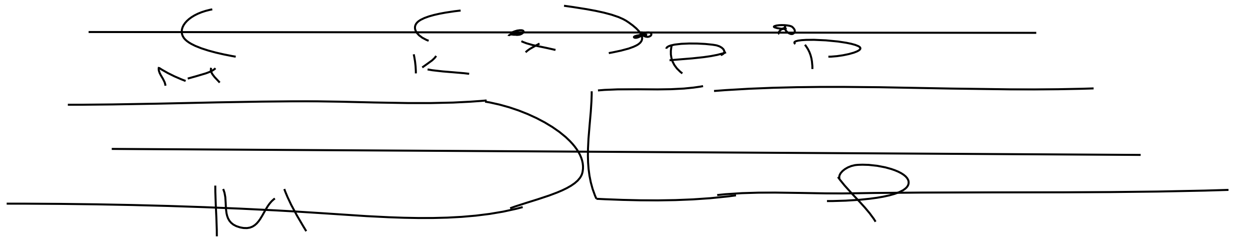
Дай определение точной верхней грани

GPT-3

1)это наименьшая из всех больших граней,
2)это наименьший элемент верхнего класса некоторого вещественного сечения, который больше или равен всем элементам нижнего класса ИЛИ это наибольший элемент нижнего класса
по какому правилу строится сечение, порождающее точную верхнюю грань? ⇔
Как с помощью Дедекинда доказать существование точной верхней грани

число P является sup для множества M если
1) для любого элемента x множества M верно x<= P
2) для любого K<P найдется xэM x>K

число P является sup для множества M если
1) для любого элемента x множества M верно x<= P
2) существует K<P найдется xэM x>K



Рассмотрим ограниченное сверху множество M.
Построим вещественное Дедекиндово сечение таким образом, что все верхние грани множества M попадут в верхний класс, а все остальные числа попадут в нижний.
По теореме Дедекинда:
либо в нижнем классе есть наибольший элемент. Но этого не случится, так как все верхние грани множества M находятся в верхнем классе. Из этого следует противоречие.

либо в верхнем классе есть наименьший элемент. Тогда он и будет наименьшей верхней гранью (те точной).